

Estratto dagli atti del 16° Congresso C.T.E.
Parma, 9-10-11 novembre 2006

ANALISI NON LINEARE DI STRUTTURE IN CALCESTRUZZO ARMATO ESPOSTE AD INCENDIO

*FABIO BIONDINI, Politecnico di Milano
ANDREA NERO, Ingegnere, Milano*

SUMMARY

The aim of this paper is to present a novel approach to nonlinear finite element analysis of concrete structures exposed to fire. The proposed formulation mainly refers to beams and frames, but it can be easily extended also to other types of structures. The main novelty of this formulation is the use of a special class of evolutionary algorithms, called cellular automata, to describe the heat transfer process induced by fire and to create an effective link between the simulation of the thermal process and the structural analysis.

Based on this evolutionary model, the heat transfer process is accurately reproduced by taking into account not only the internal diffusive flow associated with heat conduction, but also the external thermal flow due to heat convection and heat radiation. The temperature effects on the structural performance are evaluated by introducing temperature-dependent laws for both the thermal and mechanical properties of the component materials, concrete and steel, and by taking into account the additional deformative effects induced by heat transfer.

In this way, the coupling between thermal process and structural behavior leads to the cellular automata formulation of a deteriorating reinforced concrete finite beam element for the time-variant nonlinear structural analysis under fire. The effectiveness of the proposed methodology is demonstrated through some applications.

1. INTRODUZIONE

Nella valutazione delle prestazioni di strutture soggette ad incendio è di fondamentale importanza poter disporre di uno strumento affidabile di analisi non lineare che consenta di seguire l'evoluzione della risposta strutturale nel tempo. Le scelte richieste sia nel progetto antincendio di strutture nuove, sia nella riparazione di strutture esistenti danneggiate dal fuoco possono infatti essere indirizzate con grande efficacia quando si dispone dei risultati di accurate simulazioni numeriche.

Nel seguito si presenta un nuovo approccio all'analisi non lineare per elementi finiti di strutture in calcestruzzo armato soggette ad incendio [04], [11]. La formulazione proposta viene sviluppata con riferimento a strutture a telaio, ma può essere agevolmente estesa anche ad altre tipologie strutturali. La principale novità dell'approccio proposto consiste nell'impiego di una particolare classe di algoritmi evolutivi, denominati automi cellulari, per l'analisi della trasmissione del calore associata all'incendio e la creazione di un accoppiamento efficace fra simulazione del fenomeno termico e valutazione della corrispondente risposta strutturale.

Recentemente gli automi cellulari hanno trovato efficace applicazione anche nella simulazione dei processi diffusivi coinvolti nelle analisi di durabilità e di vita utile di strutture in calcestruzzo armato in ambienti aggressivi [03]. Nonostante si sviluppi su presupposti analoghi, l'algoritmo presentato in questo lavoro è più generale di quelli impiegati per la soluzione dei problemi diffusivi. La formulazione proposta è infatti in grado di riprodurre non solo il flusso diffusivo interno associato alla *conduzione* del calore, ma anche il flusso esterno associato ai fenomeni termici di *convezione* e *radiazione*.

Gli effetti della temperatura sulle prestazioni strutturali si valutano sulla base di questo modello evolutivo introducendo opportune leggi di degrado delle proprietà termiche e meccaniche dei materiali, calcestruzzo e acciaio, e tenendo conto degli effetti deformativi addizionali (termici, transienti e viscosi) indotti dalle alte temperature. In questo modo, la modellazione accoppiata del processo termico e del comportamento meccanico conduce alla formulazione cellulare di un elemento finito di trave in calcestruzzo armato per l'analisi non lineare nel tempo della risposta strutturale in presenza di incendio.

L'accuratezza e l'efficacia della metodologia proposta sono dimostrate con alcune applicazioni dedicate sia alla riproduzione di una prova sperimentale condotta su una trave isostatica, sia allo studio di strutture iperstatiche soggette a diversi scenari d'incendio.

2. SIMULAZIONE NUMERICA DELLA TRASMISSIONE DEL CALORE

Il trasferimento del calore è un processo di trasmissione di energia che coinvolge oggetti a differente temperatura. Esistono principalmente tre modi per trasmettere calore da un elemento ad un altro: conduzione termica, convezione termica e radiazione termica [09]. In condizioni d'incendio tutti questi fenomeni possono assumere un ruolo importante. Per un'accurata modellazione della trasmissione del calore occorre quindi tenere conto sia dei processi conduttivi all'interno dei corpi solidi, sia dei processi convettivi e radiativi che si sviluppano tra corpi solidi e sistema fluido circostante.

2.1. Conduzione

La conduzione del calore nei solidi segue la Legge di Fourier che, per un mezzo isotropo in assenza di sorgenti interne di calore, è descritta dalla seguente equazione differenziale non lineare alle derivate parziali [09]:

$$\nabla(\lambda \nabla T) = \rho c_p (\partial T / \partial t) \quad (1)$$

dove $T = T(x,t)$ è la temperatura nel punto $x = (x,y,z)$ all'istante t , $\lambda = \lambda(x,T)$ è la conduttività termica, $c = c(x,T)$ è il calore specifico, $\rho = \rho(x,T)$ è la densità del materiale e $\nabla T = \text{grad } T$.

Se la conduttività λ è costante o indipendente da posizione e temperatura, l'equazione di Fourier si semplifica nella seguente forma lineare:

$$D \nabla^2 T = \partial T / \partial t \quad (2)$$

dove $D = D(x,T) = \lambda / (\rho c_p)$ è la diffusività termica e $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$. Le proprietà termiche del calcestruzzo dipendono però dalla temperatura, come mostrato in Figura 1 [06]. Di conseguenza, la conduzione del calore in un elemento di calcestruzzo armato è in genere un fenomeno fortemente non lineare.

Dato che gli effetti della presenza delle barre d'armatura sono in genere trascurabili, le proprietà termiche dell'acciaio non vengono discusse.

2.2. Convezione e Radiazione

Il flusso di calore $q = q(x_s,t)$ prescritto sul punto x_s della superficie di un corpo solido può essere suddiviso in due contributi additivi, $q_c = q_c(x_s,t)$ e $q_r = q_r(x_s,t)$, associati rispettivamente ai fenomeni di convezione e radiazione:

$$q = q_c + q_r \quad (3)$$

La convezione è un fenomeno termico in cui si genera un flusso di calore in seguito ai movimenti macroscopici di un sistema fluido. La descrizione analitica di un processo convettivo può risultare alquanto complessa. Per tale motivo, la convezione viene di solito modellata mediante regole empiriche, come la relazione proposta da Newton [09]:

$$q_c = h(T_c - T) \quad (4)$$

dove $T_c = T_c(t)$ è la temperatura del mezzo convettivo, $T = T(x_s,t)$ è la temperatura della superficie del solido e $h = h(x_s,T)$ è il coefficiente convettivo.

La radiazione termica è la trasmissione del flusso di calore generato da un oggetto in virtù della sua stessa temperatura, senza trasferimento o movimento di massa. Il processo radiativo tra due superfici grigie può essere descritto mediante la legge di Stefan-Boltzmann [09]:

$$q_r = b (T_r^4 - T^4), \quad b = \sigma_n \epsilon_r \varphi \quad (5)$$

dove $T_r = T_r(t)$ è la temperatura del corpo radiante, $b = b(x_s,t)$ è il coefficiente radiativo, σ_n è la costante di Boltzmann, $\epsilon_r = \epsilon_r(x_s,T)$ è il coefficiente di emissività e $\varphi = \varphi(x_s)$ è il fattore di forma.

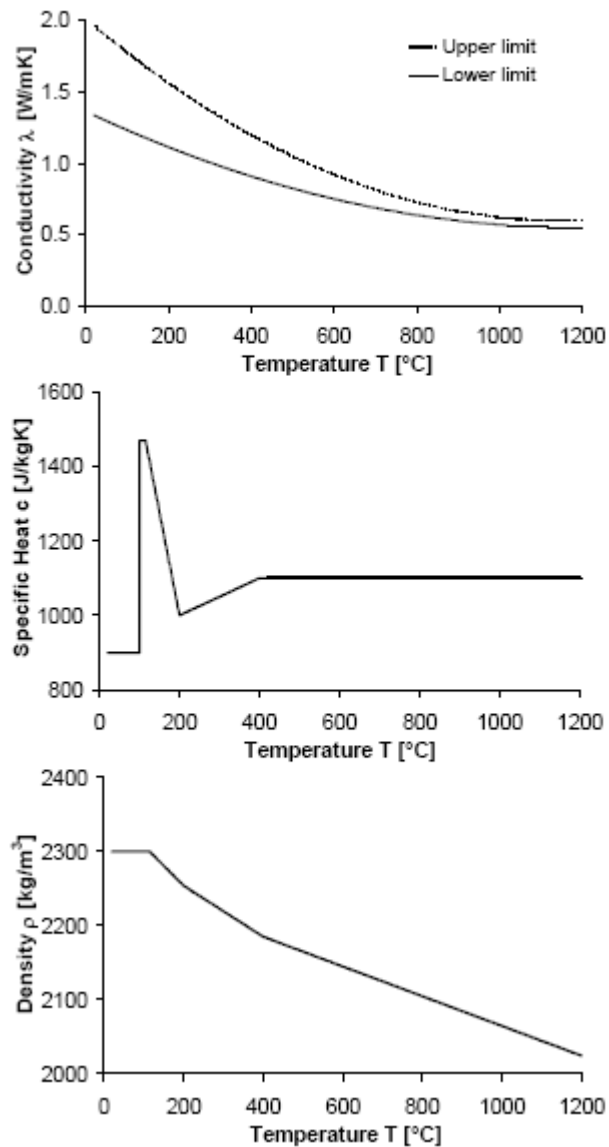


Figura 1. Proprietà termiche del calcestruzzo (umidità relativa 1.5%).
Per la conduttività λ si fa in genere riferimento al limite inferiore.

2.3. Soluzione mediante Automi Cellulari

Gli automi cellulari sono una idealizzazione di sistemi fisici in cui le variabili di tempo e spazio assumono valori discreti [14]. Nella sua struttura base, un automa cellulare è costituito da una griglia regolare e uniforme di celle, teoricamente di estensione infinita, e da una variabile di stato per ciascuna cella. Lo stato di un automa cellulare è quindi completamente definito dai valori $s_i = s_i(t)$ assunti dalle variabili di stato in ogni cella i . Nel tempo, l'automa cellulare evolve ad intervalli discreti in accordo con una legge evolutiva locale in cui le variabili $s_i^{k+1} = s_i(t_{k+1})$ in ciascuna cella i al tempo t_{k+1} sono aggiornate simultaneamente sulla base dei valori assunti dalle variabili s_n^k nelle celle dell'intorno n all'istante temporale precedente t_k . L'intorno n di una cella i è in genere costituito dalla cella stessa e da un insieme di celle ad essa adiacenti in un'area di raggio r . La legge evolutiva di un automa cellulare può quindi esprimersi formalmente come segue:

$$s_i^{k+1} = \phi(s_n^k), \quad i - r \leq n \leq i + r \quad (6)$$

Si può dimostrare che il processo di trasmissione del calore in d dimensioni ($d=1,2,3$) può essere accuratamente simulato adottando un intorno con raggio $r=1$ e la seguente legge evolutiva [04], [11]:

$$T_i^{k+1} = \phi_{i,0} T_i^k + \sum_{j=1}^d (\phi_{i,j}^- T_{i-1,j}^k + \phi_{i,j}^+ T_{i+1,j}^k) \quad (7)$$

dove la variabile $s_i^k = T_i^k = T(x_i, t_k)$ rappresenta la temperatura della cella i al tempo t_k . Il valore dei coefficienti evolutivi $\phi_{i,0}$ e $\phi_{i,j}^\pm$ dipendono dalla natura delle celle di intorno ($i \pm 1, j$).

Se le celle ($i \pm 1, j$) sono associate ad una sorgente d'incendio costituita da fluidi convettivi e corpi radiativi, per i coefficienti evolutivi $\phi_{i,j}^\pm$ si ha: ,

$$\phi_{i,j}^\pm = F_i (B_{i,j}^\pm + R_{i,j}^\pm) \quad (8)$$

dove i termini adimensionali F_i (Numero di Fourier), $B_{i,j}^\pm$ (Numero di Biot) e $R_{i,j}^\pm$ (Numero di Radiazione), rappresentano i contributi rispettivamente di conduzione, convezione e radiazione. Per un automa cellulare definito da una griglia con celle di dimensione Δx ed intervallo temporale Δt , tali contributi sono legati alle proprietà termiche della cella i ed alle proprietà convettive ed emmissive delle celle ($i \pm 1, j$) nel modo seguente:

$$F_i = \frac{\lambda_i \Delta t}{c_i \rho_i \Delta x^2} = \frac{D_i \Delta t}{\Delta x^2} \quad (9)$$

$$B_{i,j}^\pm = \frac{h_{i \pm 1, j} \Delta x}{\lambda_i} \quad (10)$$

$$R_{i,j}^\pm = \frac{b_{i \pm 1, j} \Delta x}{\lambda_i} T_{i \pm 1, j}^{k^3} \quad (11)$$

Se le celle di intorno ($i \pm 1, j$) non sono invece associate ad alcuna sorgente, per i coefficienti evolutivi $\phi_{i,j}^\pm$ si ha invece più semplicemente:

$$\phi_{i,j}^\pm = F_{i,j}^\pm = \frac{\lambda_{i,j}^\pm \Delta t}{c_i \rho_i \Delta x^2} = \frac{D_{i,j}^\pm \Delta t}{\Delta x^2} \quad (12)$$

dove si introduce la seguente definizione di *conduttività termica equivalente* $\lambda_{i,j}^\pm$ della cella i :

$$\lambda_{i,j}^\pm = 2 \left(\frac{1}{\lambda_i} + \frac{1}{\lambda_{i \pm 1, j}} \right)^{-1} \quad (13)$$

Una volta definiti i coefficienti di intorno $\phi_{i,j}^\pm$, il coefficiente evolutivo centrale $\phi_{i,0}$ viene dedotto in base al principio di continuità come segue:

$$\phi_{i,0} = 1 - \left[\psi + \sum_{j=1}^d (\phi_{i,j}^- + \phi_{i,j}^+) \right] \quad (14)$$

in cui ψ rappresenta l'eventuale contributo non lineare al flusso di calore associato alla radiazione termica:

$$\psi = \sum_{j=1}^d [\Delta \phi_{i,j}^- + \Delta \phi_{i,j}^+] \quad (15)$$

dove:

$$\Delta \phi_{i,j}^\pm = \Delta R_{i,j}^\pm = \frac{b_{i \pm 1, j} \Delta x}{\lambda_i} (T_i^{k^3} - T_{i \pm 1, j}^{k^3}) \quad (16)$$

se le celle di intorno $(i \pm 1, j)$ sono associate ad una sorgente radiativa e $\Delta\phi_{i,j}^{\pm} = 0$ altrimenti.

Naturalmente i valori della dimensione Δx e dell'intervallo Δt devono essere scelti in funzione del livello di accuratezza richiesto dalle analisi. A tale scopo, una adeguata calibrazione dell'automa si può ottenere con riferimento alla situazione di omogeneità e isotropia che in genere caratterizza il sistema all'istante iniziale $t = 0$. In tali condizioni si ha per simmetria $\phi_{i,j}^{-} = \phi_{i,j}^{+} = \phi_{i,1} \equiv \phi_1$ ($j=1, \dots, d$) e, quindi, $\phi_{i0} \equiv \phi_0 = (1 - 2d\phi_1)$. Assegnati i valori iniziali ϕ_0 e ϕ_1 , i parametri Δx e Δt possono quindi essere fissati in modo da calibrare il processo termico rispetto al valore della diffusività iniziale D :

$$D = \frac{1 - \phi_0}{2d} \frac{\Delta x^2}{\Delta t} = \phi_1 \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \quad (17)$$

I valori $\phi_0 = 1/2$ e $\phi_1 = 1/(4d)$ consentono in genere di conseguire un ottimo livello di accuratezza [04], [11].

2.4. Validazione dell'Automa Cellulare

La soluzione del problema di trasmissione del calore mediante automi cellulari è stata validata con successo in una, due e tre dimensioni [11]. Come esempio, la Figura 2 mostra le mappe termiche per una sezione 300×300 mm esposta ad incendio standard ISO 834 su tutto il perimetro. Il confronto fra la soluzione numerica ottenuta con gli automi cellulari e quella presentata in [06] prova l'accuratezza del metodo proposto.

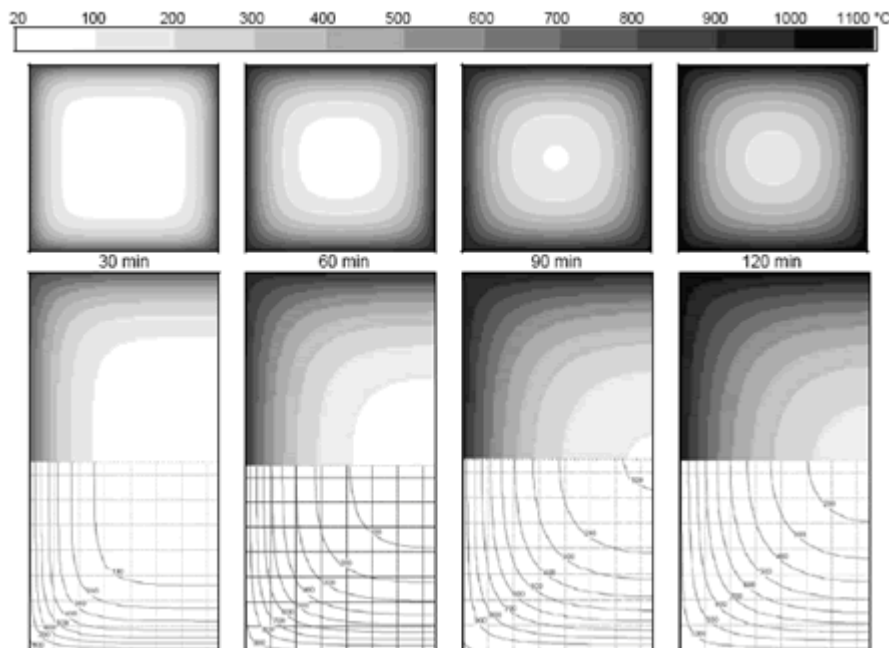


Figura 2. Andamento nel tempo delle mappe termiche per una sezione 300×300 mm esposta ad incendio ISO 834 lungo il perimetro (proprietà termiche di Figura 1, con $h = 25 \text{ kW/m}^2$ e $b = 0.7\sigma_n$): confronto fra i risultati ottenuti dalla simulazione numerica mediante automi cellulari ($\Delta x = 1.874 \text{ mm}$; $\Delta t = 0.01 \text{ min}$) e le mappe proposte in [06].

3. MODELLAZIONE DELLE LEGGI COSTITUTIVE DEI MATERIALI

Gli effetti della temperatura sul comportamento dei materiali comporta perdite di resistenza e la nascita di contributi deformativi termici ε_T che si aggiungono al contributo ε_0 associato all'effettivo stato di sforzo, ovvero $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_T$.

3.1. Calcestruzzo

Per le deformazioni tensionali in compressione ε_σ si adotta il legame proposto da

Schneider [06], [13]:

$$\frac{\sigma}{f_{c,T}} = \frac{n(\varepsilon_{\sigma}/\varepsilon_{c1,T})}{(n-1) + (\varepsilon_{\sigma}/\varepsilon_{c1,T})^n}, \quad \varepsilon_{\sigma} \leq \varepsilon_{cu,T} \quad (18)$$

dove $\varepsilon_{c1,T}$ è la deformazione di picco associata alla resistenza a compressione $f_{c,T}$ alla temperatura T , $\varepsilon_{cu,T}$ è la corrispondente deformazione ultima e $n = 3$. Le Figure 3.a e 3.b mostrano l'andamento delle leggi costitutive per calcestruzzi con aggregati rispettivamente silicei e calcarei. La resistenza a compressione $f_{c,T}$ e la deformazione ultima $\varepsilon_{cu,T}$ sono assunte in accordo a quanto proposto in [06]. La deformazione di picco viene invece valutata con la relazione proposta da Franssen [07]:

$$\varepsilon_{c1,T} = 2.5 \times 10^{-3} + 4.1 \times 10^{-6} T^* + 5.5 \times 10^{-9} T^{*2} \quad (19)$$

con $T^* = T - 20$ e $\varepsilon_{c1,T} \leq 10^{-3}$. I valori di $\varepsilon_{c1,T}$ forniti in [06] sono infatti più elevati rispetto a quelli reali, in quanto nella valutazione di ε_{σ} tengono conto, in modo approssimato, della componente transiente della deformazione ε_T (Figura 3.c). Le deformazioni ε_{σ} in trazione sono valutate con la legge bi-lineare di Figura 3.d, come proposto in [12].

Le deformazioni ε_T indotte dalle alte temperature derivano dalla somma di tre componenti: termica ε_{th} , transitoria ε_{tr} e viscosa ε_{cr} . Secondo quanto proposto in [06], la componente ε_{th} per aggregati silicei risulta:

$$\varepsilon_{th} = 1.8 \times 10^{-4} + 9 \times 10^{-6} T + 2.3 \times 10^{-11} T^3 \quad (20)$$

se $20^{\circ}\text{C} \leq T \leq 700^{\circ}\text{C}$

$$\varepsilon_{th} = 14 \times 10^{-3} \quad (21)$$

se $700^{\circ}\text{C} < T \leq 1200^{\circ}\text{C}$

mentre per aggregati calcarei:

$$\varepsilon_{th} = -1.2 \times 10^{-4} + 6 \times 10^{-6} T + 21.4 \times 10^{-11} T^3 \quad (22)$$

se $20^{\circ}\text{C} \leq T \leq 700^{\circ}\text{C}$

$$\varepsilon_{th} = 12 \times 10^{-3} \quad (23)$$

se $700^{\circ}\text{C} < T \leq 1200^{\circ}\text{C}$

Le componenti transiente ε_{tr} e viscosa ε_{cr} sono valutate in accordo con le relazioni proposte in [01]. La deformazione transiente ε_{tr} viene considerata proporzionale alla deformazione termica ε_{th} ed al rapporto fra lo sforzo agente σ e la resistenza a compressione $f_{c1,20}$ a $T = 20^{\circ}\text{C}$:

$$\varepsilon_{tr} = -2.35(\sigma/f_{c1,20})\varepsilon_{th} \quad (24)$$

Il contributo $\Delta\varepsilon_{cr}$ alla deformazione viscosa ε_{cr} dipende invece dal rapporto tra lo sforzo agente σ e la resistenza a compressione $f_{c1,T}$ valutata alla temperatura corrente $T > 20^{\circ}\text{C}$:

$$\Delta\varepsilon_{cr} = -530 \times 10^{-6} \frac{\sigma}{f_{c1,T}} \sqrt{\frac{\Delta t}{3}} e^{\frac{3.04(T-20)}{1000}} \quad (25)$$

con Δt [h] intervallo temporale di riferimento. Tale contributo è in genere rilevante nella valutazione degli spostamenti per temperature elevate e sostenute per lunghi intervalli di tempo [08].

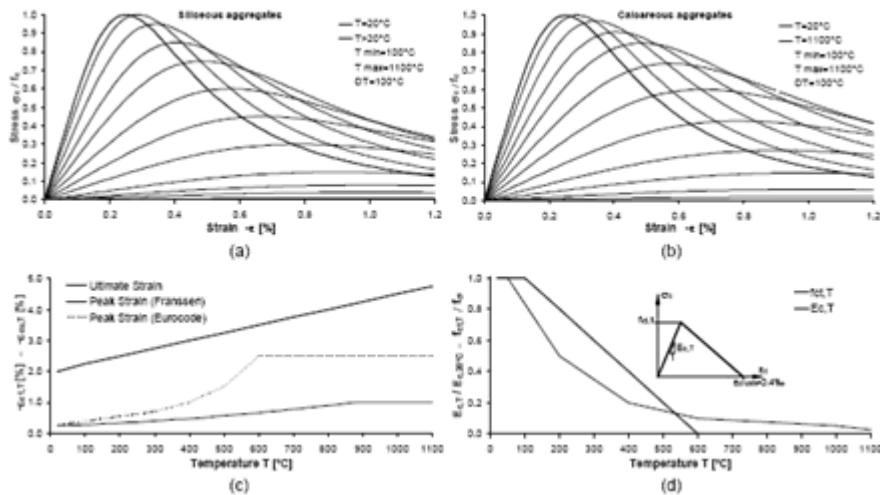


Figura 3. Legami costitutivi per il calcestruzzo in funzione della temperatura. Comportamento in compressione: calcestruzzi (a) silicei e (b) calcarei; (c) deformazioni di picco e ultima. (d) Comportamento in trazione: modulo iniziale, resistenza a trazione e forma del legame.

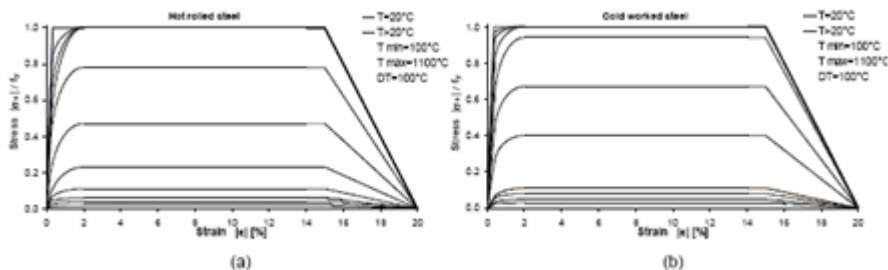


Figura 4. Legami costitutivi per l'acciaio in funzione della temperatura. Acciaio (a) trafilato a caldo e (b) lavorato a freddo.

3.2. Acciaio

Le deformazioni ϵ_σ sono valutate adottando le leggi costitutive mostrate in Figura 4 per acciai trafilati a caldo e lavorati a freddo [06].

Le deformazioni ϵ_T derivano dalla somma di due componenti: termica ϵ_{th} e viscosa ϵ_{cr} . Secondo quanto proposto in [06], la componente ϵ_{th} risulta:

$$\epsilon_{th} = -2.416 \times 10^{-4} + 1.2 \times 10^{-5}T + 0.4 \times 10^{-8}T^2 \quad (26)$$

se $20^\circ\text{C} \leq T \leq 750^\circ\text{C}$

$$\epsilon_{th} = 11 \times 10^{-3} \quad (27)$$

se $750^\circ\text{C} < T \leq 860^\circ\text{C}$

$$\epsilon_{th} = -6.2 \times 10^{-3} + 2 \times 10^{-5}T \quad (28)$$

se $860^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C}$

Il contributo della componente viscosa ϵ_{cr} assume un ruolo rilevante solo per temperature elevate e sostenute per lunghi intervalli di tempo [02], [12]. Nelle applicazioni presentate in questo lavoro tale contributo non viene considerato.

4. ANALISI NON LINEARE

Con riferimento ai criteri generali per l'analisi non lineare delle strutture in calcestruzzo armato [10], nel seguito vengono formulate le caratteristiche di un elemento finito di trave in calcestruzzo armato con proprietà variabili con la temperatura [04], [11].

4.1. Formulazione Sezionale

La formulazione presentata assume la linearità del campo deformativo e trascura meccanismi di crisi per taglio e perdite di aderenza tra acciaio e calcestruzzo (Figura 5). Per la generica sezione x , i vettori degli sforzi risultanti $r = r(x,t) = [N \ M_z \ M_y]^T$ (azione assiale N , momenti flettenti M_z e M_y) e delle deformazioni globali $e = e(x,t) = [\epsilon_0 \ \chi_z \ \chi_y]^T$ (deformazione assiale ϵ_0 , curvature flessionali χ_z e χ_y) sono legati, ad ogni istante t , come segue:

$$r(x,t) = r_0(x,t) + r_T(x,t) = H(x,t) e(x,t) \quad (29)$$

dove $H=H(x,t)$ è la matrice di rigidità sezionale, $r_0 = r_0(x,t) = [N_0 \ M_{z0} \ M_{y0}]^T$ è il vettore degli sforzi risultanti applicati e $r_T = r_T(x,t) = [N_T \ M_{zT} \ M_{yT}]^T$ è il vettore degli sforzi risultanti equivalenti agli effetti indotti dalle alte temperature. La matrice $H=H(x,t)$ ed il vettore $r_T = r_T(x,t)$ si valutano per integrazione sull'area della sezione assemblando i contributi di acciaio e calcestruzzo:

$$\begin{aligned}
 H(x,t) &= H_c(x,t) + H_s(x,t) \\
 H_c(x,t) &= \int_{A_c(x)} E_c(x,y,z,t) \mathbf{b}(y,z)^T \mathbf{b}(y,z) dA \\
 H_s(x,t) &= \sum_m E_{sm}(x,t) \mathbf{b}_m^T \mathbf{b}_m A_{sm} \\
 r_T(x,t) &= r_{cT}(x,t) + r_{sT}(x,t) \\
 r_{cT}(x,t) &= \int_{A_c(x)} E_c(x,y,z,t) \epsilon_{cT}(x,y,z,t) \mathbf{b}(y,z)^T dA \\
 r_{sT}(x,t) &= \sum_m E_{sm}(x,t) \epsilon_{sTm}(x,t) \mathbf{b}_m^T A_{sm}
 \end{aligned} \quad (30) \quad (31)$$

dove il pedice "m" si riferisce alla generica barra di armatura m di coordinate (y_m, z_m) , $E_c = E_c(x, y, z, t)$ e $E_{sm} = E_{sm}(x, t)$ sono i moduli dei materiali, $\mathbf{b}(y, z) = [1 \ -y \ z]$. Si osservi che le componenti di r ed e possono essere considerate quantità totali o incrementali a seconda della natura della matrice di rigidità H , ovvero a seconda che la formulazione adottata per i moduli dei materiali sia rispettivamente secante o tangente.

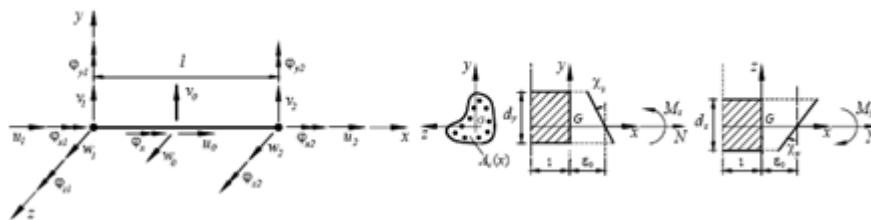


Figura 5. Elemento finito di trave in calcestruzzo armato: sistemi di riferimento e convenzioni di segno.

4.2. Formulazione dell'Elemento di Trave

Con riferimento alla notazione ed alle convenzioni di Figura 5, il vettore degli spostamenti $u = u(x,t) = [u_a^T \ | \ u_b^T]^T = [u_0 \ | \ v_0 \ w_0]^T$ ed il vettore delle deformazioni globali $e = e(x,t) = [\epsilon_0 \ \chi_z \ \chi_y]^T$ possono essere correlati ad ogni istante t al vettore degli spostamenti nodali $s' = s'(t) = [s_a^T \ | \ s_b^T]^T = [u_1 \ u_2 \ | \ v_1 \ \phi_{z1} \ w_1 \ \phi_{y1} \ v_2 \ \phi_{z2} \ w_2 \ \phi_{y2}]^T$ come segue:

$$u(x,t) = \mathbf{N}(x) \mathbf{s}'(t) \quad (32)$$

$$e(x,t) = \mathbf{B}(x) \mathbf{s}'(t) \quad (33)$$

dove

$$(34)$$

$$\mathbf{N}(x) = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_a(x) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_b(x) \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\mathbf{B}(x) = \begin{bmatrix} \partial \mathbf{N}_a(x) / \partial x & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \partial^2 \mathbf{N}_b(x) / \partial x^2 \end{bmatrix}$$

Per gli sviluppi seguenti si adottano le funzioni di forma assiali $N_a = N_a(x)$ e flessionali $N_b = N_b(x)$ di un elemento di trave di materiale elastico lineare con rigidità sezionale uniforme e caricato solo agli estremi. La matrice di rigidità $K' = K'(t)$ e i vettori delle forze nodali $f_p' = f_p'(t)$ e $f_T' = f_T'(t)$, equivalenti rispettivamente ai carichi $p = p(x,t) = [p_{0x} \ p_{0y} \ p_{0z}]^T$ agenti sull'elemento ed agli effetti $r_T = r_T(x,t)$ indotti dalle alte temperature sono valutati ad ogni istante t per integrazione sulla lunghezza l dell'elemento:

$$K'(t) = K'_M(t) + K'_G(t)$$

$$K'_M(t) = \int_0^l \mathbf{B}(x)^T \mathbf{H}(x,t) \mathbf{B}(x) dx \quad (36)$$

$$K'_G(t) = \int_0^l \mathbf{N}(x) \mathbf{G}^T \mathbf{G} dx$$

$$f_p'(t) = \int_0^l \mathbf{N}(x)^T \mathbf{p}(x,t) dx \quad (37)$$

$$f_T'(t) = \int_0^l \mathbf{B}(x)^T \mathbf{r}_T(x,t) dx \quad (38)$$

con $K'_M = K'_M(t)$ e $K'_G = K'_G(t)$ contributi meccanico e geometrico alla matrice di rigidità K' , $\mathbf{N} = \mathbf{N}(x)$ azione assiale e $\mathbf{G} = \mathbf{G}(x) = [0 \ | \ \partial N_b / \partial x]$ matrice di compatibilità.

Tutte le integrazioni vengono svolte per via numerica facendo riferimento per comodità alla griglia tridimensionale dell'automa adottato per simulare il processo di trasmissione del calore. Si noti che le griglie associate ad elementi adiacenti devono essere opportunamente poste in relazione per assicurare la continuità del flusso termico. Altri schemi di integrazione sono naturalmente possibili.

Assemblando infine la matrice di rigidità $K = K(t)$ ed i vettori dei carichi nodali $f = f(t)$ nel sistema di riferimento globale, le equazioni di equilibrio dell'intero sistema strutturale possono essere espresse come segue:

$$K(t) s(t) = f(t) \quad (39)$$

con $s = s(t)$ vettore degli spostamenti nodali di tutta la struttura. Come per il caso sezionale, le componenti di f ed s possono essere considerate come quantità totali o incrementali a seconda della natura della matrice di rigidità K , ovvero a seconda che la formulazione adottata per la valutazione della matrice di rigidità sezionale H sia rispettivamente secante o tangente.

5. APPLICAZIONI

Nel seguito si mostra l'accuratezza e l'efficacia della metodologia proposta con alcune applicazioni. Per i materiali si fa riferimento alle proprietà di calcestruzzi con aggregati silicei e acciai trafilati a caldo. Per gli automi cellulari si adotta una griglia con $\Delta x = 13.3$ mm e $\Delta t = 0.5$ min. Si studia la risposta strutturale nel solo piano di carico.

5.1. Trave Appoggiata (Incendio ASTM E119)

La trave appoggiata mostrata in Figura 6 è esposta ad un incendio standard su tutta la sua lunghezza. La trave viene suddivisa in quattro elementi finiti. I risultati numerici ottenuti dall'analisi non lineare sono confrontati in Figura 7 con i risultati sperimentali di laboratorio [08] e con quelli forniti da un metodo approssimato proposto da Hertz [06], [08]. Il confronto mostra la maggiore accuratezza del metodo proposto sia nel riprodurre l'evoluzione del processo termico (Figura 7.a) e della risposta strutturale (Figura 7.b), sia nella stima del tempo di collasso (Figura 7.c).

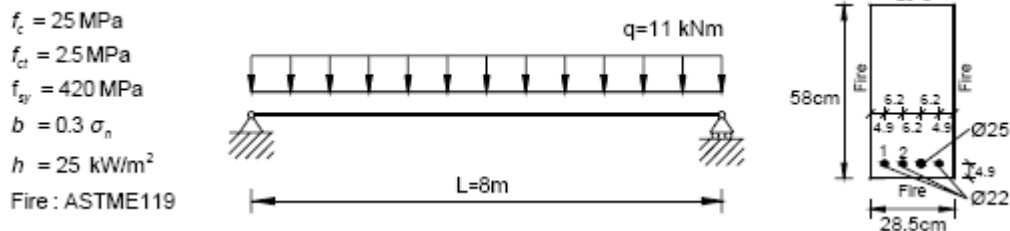


Figura 6. Trave semplicemente appoggiata. Proprietà dei materiali, geometria e momento flettente massimo agente.

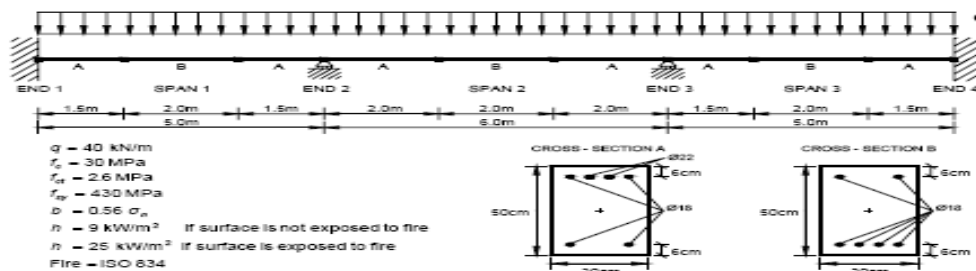


Figura 7. Trave semplicemente appoggiata. Confronto tra risultati numerici e sperimentali: (a) temperatura in due barre di armatura; (b) freccia in mezzeria; (c) momento flettente resistente confrontato con quello agente e tempo di collasso.

5.2. Trave Continua (Incendio ISO 834)

Si studia la risposta strutturale nel tempo della trave continua di Figura 8 per i cinque scenari di incendio standard mostrati in Figura 9. I risultati delle analisi sono riassunti nelle Figure 10-12. Si possono fare le seguenti osservazioni:

- le frecce aumentano nel tempo in ogni campata, raggiungendo i valori massimi nelle campate direttamente esposte all'incendio (Figura 10);
- l'azione assiale parte dal valore minimo indotto dall'accoppiamento non lineare con il regime flessionale ed evolve nel tempo a causa della corrispondente evoluzione degli effetti termici. Il valore massimo, che dipende dalla superficie esposta al fuoco, viene raggiunto in ogni scenario dopo circa 70-80 minuti d'esposizione (Figura 11);
- l'evoluzione del diagramma del momento flettente presenta notevoli ridistribuzioni, localizzate principalmente nelle zone esposte all'incendio. In tali zone, il momento tende inizialmente ad aumentare alle estremità ed a diminuire nelle campate, mentre dopo i primi 40-50 minuti circa si ha una inversione di tendenza (Figura 11);
- per gli scenari 1, 3 e 4 la crisi della sezione più critica viene raggiunto rispettivamente dopo 130, 180 e 280 minuti (Figure 11 e 12). Per gli scenari 2 e 5 non si ha crisi nei primi 280 minuti;
- le sezioni critiche si collocano agli estremi della campata centrale per lo scenario 1, a circa 15 cm dall'estremo di sinistra della campata centrale per lo scenario 3 e nella mezzeria della campata centrale per lo scenario 4 (Figura 12);
- il confronto tra l'evoluzione nel tempo dei domini di resistenza azione assiale-momento flettente ed i corrispondenti percorsi di carico nelle sezioni critiche mostra che nella fase iniziale, come atteso, il margine di sicurezza diminuisce per il degrado delle caratteristiche meccaniche e l'incremento delle sollecitazioni. Dopo circa 70- 80 minuti di esposizione si rileva tuttavia una inversione di tendenza. L'azione assiale infatti inizia a diminuire più velocemente dell'aumento del degrado ed il margine di sicurezza tende ad aumentare nel tempo (Figura 12).

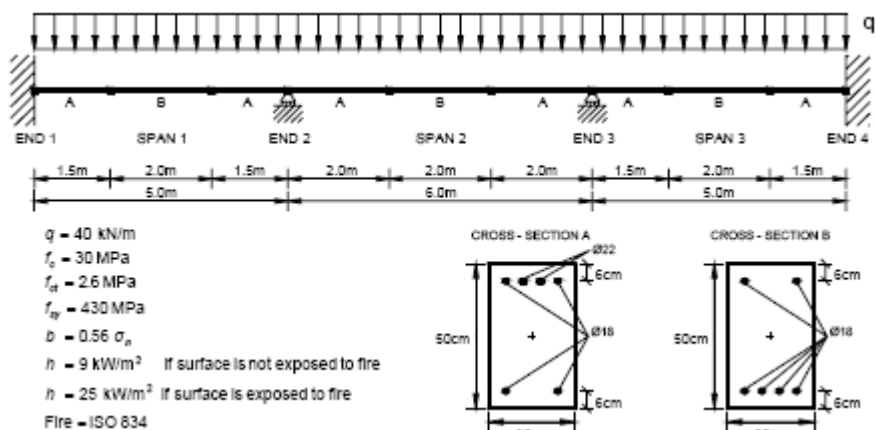


Figura 8. Trave continua. Proprietà dei materiali, dimensioni geometriche e caratteristiche sezionali.

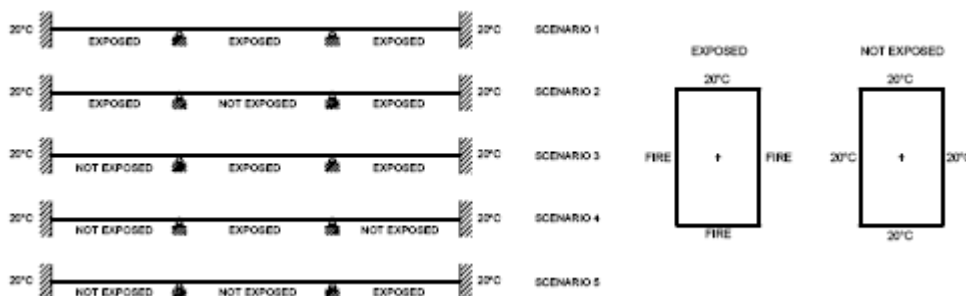


Figura 9. Trave continua. Scenari d'incendio.

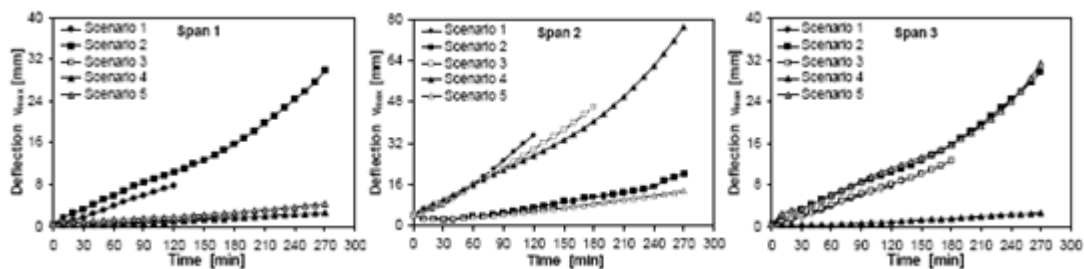


Figura 10. Trave continua. Evoluzione nel tempo delle massime inflessioni in ogni campata per i cinque scenari studiati.

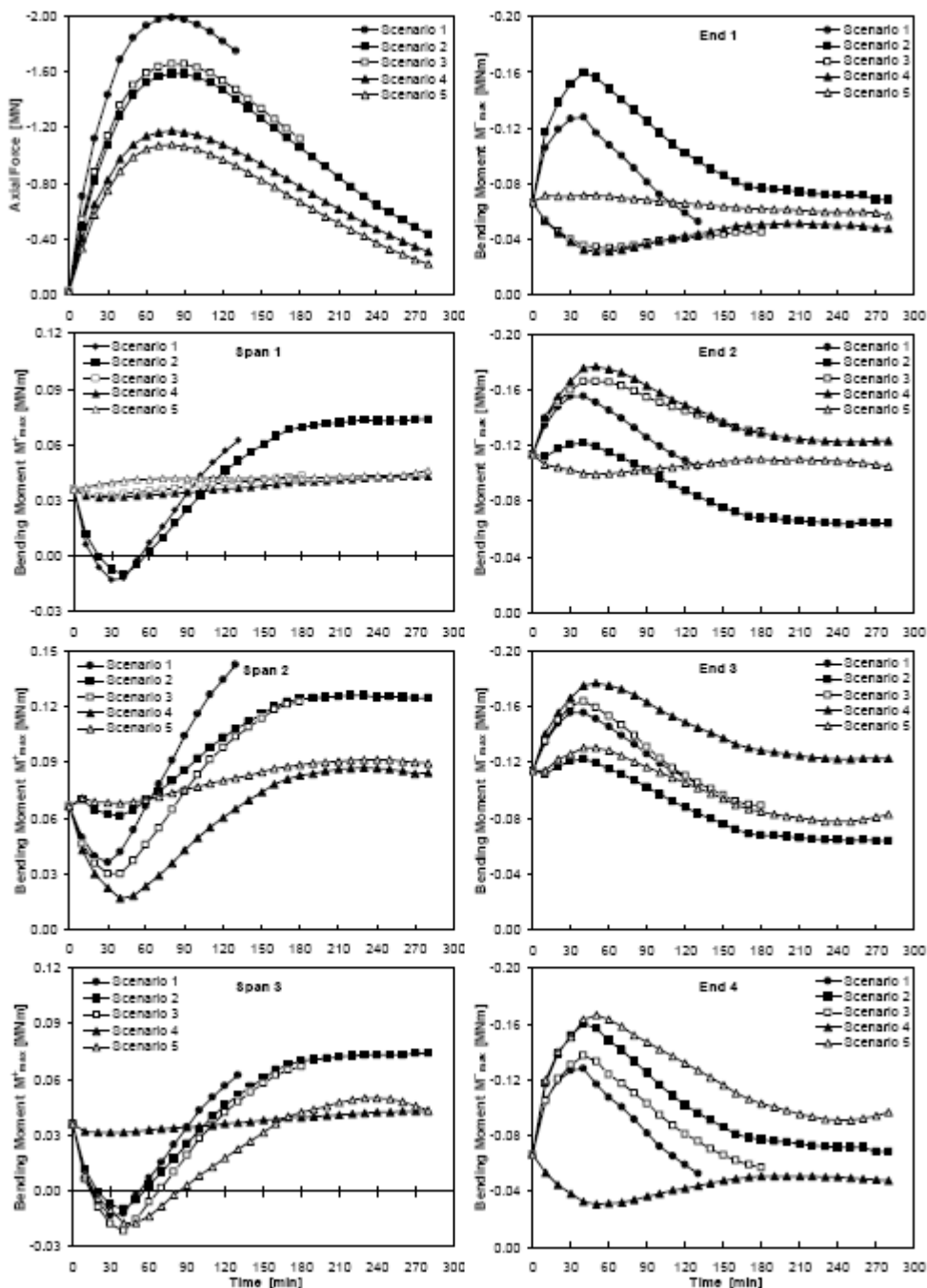


Figura 11. Trave continua. Evoluzione nel tempo dell'azione assiale e dei valori massimi del momento flettente nelle zone di estremità e di mezziera di ogni campata per ciascuno dei cinque scenari d'incendio esaminati (Figura 9).

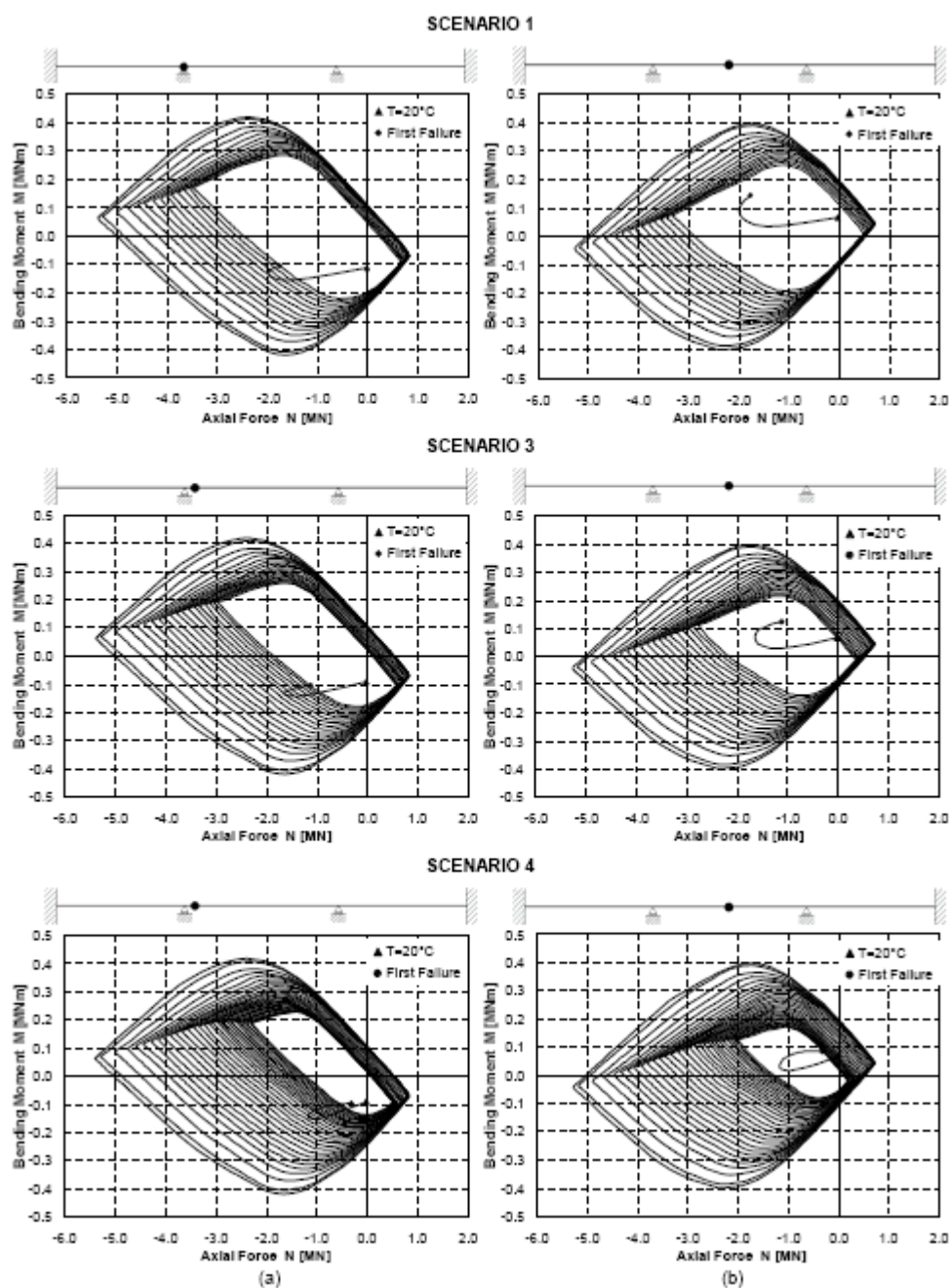


Figura 12. Trave continua. Confronto tra l'evoluzione nel tempo dei domini di resistenza azione assiale-momento flettente ($\Delta t = 10$ min) ed i corrispondenti percorsi di carico per gli scenari 1 ($t_{fail} = 130$ min), 3 ($t_{fail} = 180$ min) e 4 ($t_{fail} = 280$ min): (a) sezione all'estremo sinistro della campata centrale (scenario 1) e a circa 15 cm da tale sezione (scenari 3 e 4); (b) sezione di mezzeria della campata centrale.

5.3. Struttura a Telaio (Incendio ISO 834)

Si studia la risposta strutturale nel tempo del telaio di Figura 13 per i tre scenari di incendio standard mostrati in Figura 14. Le travi a contatto con il fuoco si assumono esposte solo all'estradosso se investite dall'alto, all'intradosso e sulle facce laterali se investite dal basso. I pilastri a contatto con il fuoco si assumono esposti solo sulla faccia interna direttamente investita. Tutte le altre superfici si considerano a temperatura ambiente ($T=20$ °C).

I risultati delle analisi sono riassunti in Figura 15. Si osserva che l'evoluzione temporale del momento flettente nelle sezioni monitorate, oltre ad evidenziare anche in questo caso delle notevoli ridistribuzioni, dipende in modo determinante dallo scenario di incendio. Ne consegue ad esempio che per alcune sezioni lo scenario 3 di pieno carico risulta meno gravoso degli scenari di compartimento 1 e 2. Maggiori dettagli possono essere trovati in [11].

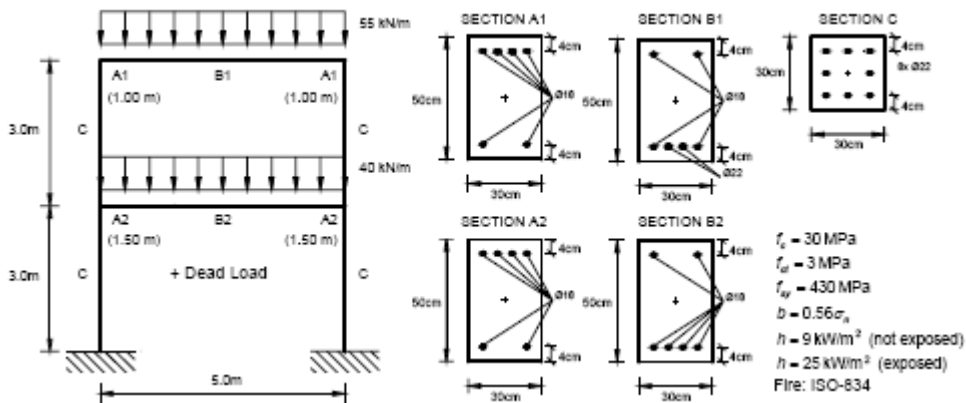


Figura 13. Struttura a telaio. Proprietà dei materiali, dimensioni geometriche e caratteristiche sezionali.

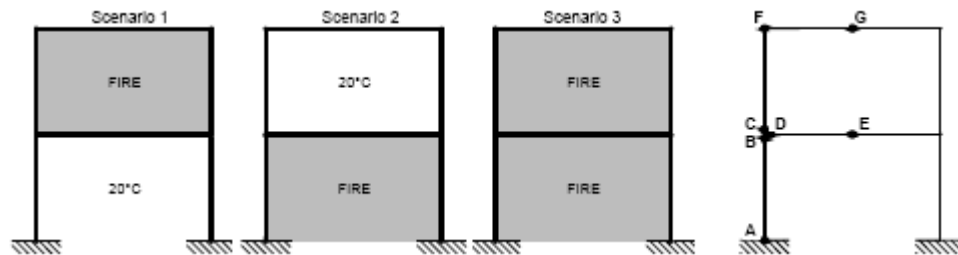


Figura 14. Struttura a telaio. Scenari d'incendio.

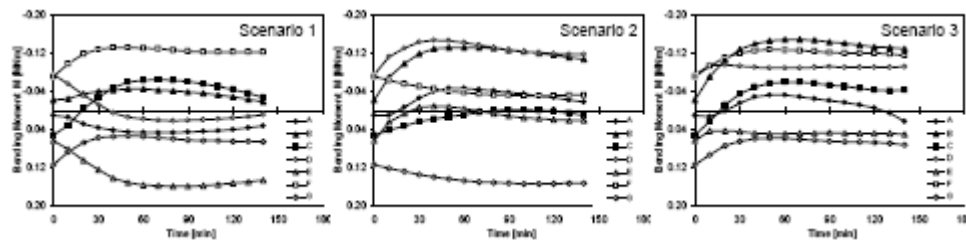


Figura 15. Struttura a telaio. Evoluzione nel tempo del momento flettente nelle sezioni di monitoraggio A-F per ciascuno dei tre scenari d'incendio esaminati (Figura 14).

6. CONCLUSIONI

È stata presentata una nuova metodologia per l'analisi non lineare di strutture in calcestruzzo armato soggette ad incendio. Nell'approccio proposto la trasmissione del calore viene simulata mediante una particolare classe di algoritmi evolutivi, denominati automi cellulari, tenendo conto non solo del flusso diffusivo interno associato alla *conduzione* del calore, ma anche del flusso esterno associato ai fenomeni termici di *convezione* e *radiazione*. L'accoppiamento del problema termico a quello meccanico mediante opportune leggi di degrado conduce alla formulazione cellulare di un elemento finito di trave in calcestruzzo armato per l'analisi non lineare nel tempo della risposta strutturale in presenza di incendio.

Le potenzialità della formulazione proposta sono state dimostrate mediante alcune applicazioni. La simulazione di una prova sperimentale condotta su una trave isostatica ha dapprima evidenziato la maggiore accuratezza dell'approccio proposto rispetto ad altri metodi approssimati presenti in letteratura. Lo studio della risposta di una trave continua e di un telaio per diversi scenari di incendio ha poi mostrato che per strutture iperstatiche la verifica della sicurezza al fuoco non può essere effettuata a livello sezionale valutando solo l'evoluzione del danno indotto dalle alte temperature, ma deve essere sviluppata a livello strutturale tenendo conto del ruolo fondamentale svolto dalla morfologia del sistema strutturale nel processo di redistribuzione delle sollecitazioni indotto dagli effetti termici.

Il margine di sicurezza in condizioni d'incendio dipende infatti dalla storia del processo termico e dalla sua interazione con la conseguente risposta meccanica e la configurazione strutturale al termine del periodo di esposizione al fuoco, sebbene risulti la più danneggiata, non è in generale la più critica. Inoltre, i risultati ottenuti hanno mostrato come la verifica di sicurezza al fuoco di strutture iperstatiche debba anche esplorare tutti i plausibili scenari di incendio, in quanto la situazione più gravosa può non essere quella di

completa esposizione al fuoco, come invece si verifica generalmente per strutture isostatiche. La metodologia proposta è in grado di cogliere tutti gli aspetti appena discussi e si propone pertanto come un efficace strumento ingegneristico per il progetto e la verifica di strutture in calcestruzzo armato esposte ad incendio.

RINGRAZIAMENTI

La presente ricerca è stata finanziata con fondi MIUR-PRIN2004 e MIUR-PRIN2005, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Milano.

7. BIBLIOGRAFIA

[01]. **ANDERBERG Y, THELANDERSSON S.** Stress and Deformation Characteristics of Concrete at High Temperatures. 2. Experimental Investigation and Material Behaviour Model. Lund Institute of Technology, Bulletin 54, Sweden, 1976.

[02]. **ANDERBERG Y.** Modelling Steel Behaviour, Fire Safety Journal, 1988, pp.17-26.

[03]. **BIONDINI F, BONTEMPI F, FRANGOPOL DM, MALERBA PG.** Cellular Automata Approach to Durability Analysis of Concrete Structures in Aggressive Environments, ASCE J. of Structural Engineering, USA, 130(11):1724-1737, 2004.

[04]. **BIONDINI F, NERO A.** Nonlinear Analysis of Concrete Structures Under Fire. 2nd fib Congress, Napoli, 5-8 giugno 2006, Paper 857.

[05]. **BUCHANAN AH.** Structural Design for Fire Safety. Wiley&Sons, 2001.

[06]. **EN 1992-1-2:2004.** Design of Concrete Structures – Part1-2: General Rules – Structural Fire Design, CEN, Brussels, 2004.

[07]. **FRANSSEN JM.** Plastic Analysis of Concrete Structures Subjected to Fire. Workshop on Fire Design of Concrete Structures: What now? What next?, Politecnico di Milano, 2-3 Dicembre, 2004.

[08]. **HERTZ K.** Analysys of Prestressing Concrete Structures Exposed to Fire. Technical University of Denmark, Lyngby, 1985.

[09]. **INCROPERA FP, DE WITT DP.** Fundamentals of Heat and Mass Transfer, Wiley&Sons, 2002.

[10]. **MALERBA PG (Ed.).** Analisi limite e non lineare di strutture in calcestruzzo armato. International Centre for Mechanical Sciences (CISM), Udine, 1998.

[11]. **NERO A.** Analisi non lineare di strutture in calcestruzzo armato soggette ad incendio. Tesi di Laurea, Politecnico di Milano, 2006.

[12]. **RIGBERTH J.** Simplified Design of Fire Exposed Concrete Beams and Columns. An Evaluation of Eurocode and Swedish Building Code Against Advanced Computer Models. Report 5063, Department of Fire Safety Engineering, Lund University, Sweden, 2000.

[13]. **SCHNEIDER U.** Concrete at High Temperatures – A General Review, Fire Safety Journal, 13:55-68, 1988.

[14]. **WOLFRAM S.** Cellular Automata and Complexity – Collected Papers, Addison-Wesley, 1994.

Contatti con gli autori:

Fabio Biondini: biondini@stru.polimi.it

Andrea Nero: adrnero@tin.it