

Estratto dagli atti del 16° Congresso C.T.E.
Parma, 9-10-11 novembre 2006

UN METODO PER L'ANALISI NON LINEARE DI TRAVI IN CONGLOMERATO ARMATO

ELENA MICHELINI, PATRIZIA BERNARDI, ROBERTO CERIONI, IVO IORI
Università degli Studi di Parma

SUMMARY

A theoretical model for the analysis of beams subjected to shear, bending moment and axial force is proposed. A layered finite element beam has been developed and the displacement field of the beam cross section has been modelled using a polynomial function, characterized by a number of terms variable with the complexity of the considered problem. The mechanical nonlinearity of the material has been accounted through the PARC constitutive model for cracked reinforced concrete elements. The reliability and the efficiency of the proposed model is proved by comparisons with well-documented experimental tests reported in technical literature.

1. INTRODUZIONE

In questo lavoro viene proposto un procedimento numerico per l'analisi non lineare di travi in conglomerato armato genericamente vincolate e caricate. Nella letteratura tecnica sono disponibili diversi lavori sull'argomento [1-3], e tutti evidenziano notevoli difficoltà nell'individuare approcci che producano metodi che siano "numericamente efficienti", basati, cioè, su una semplificazione dell'effettivo campo bidimensionale degli spostamenti, e nello stesso tempo capaci di descrivere in modo realistico il comportamento meccanico del conglomerato armato. L'analisi delle travi in c.a. può infatti risultare piuttosto complessa, specialmente nel caso in cui sia necessario tenere in conto le interazioni forza assiale-azione tagliante e momento flettente-azione tagliante per simulare il reale comportamento della struttura in esame. Inoltre, in corrispondenza degli appoggi o dei punti di applicazione dei carichi concentrati occorre prevedere che la sezione non si mantenga piana. Un altro problema di modellazione nasce quando si sviluppano fessure diagonali dovute al taglio e conseguentemente il campo delle deformazioni normali all'asse della trave e gli scorrimenti angolari variano lungo l'altezza della trave. In questi casi, ed in particolare per le travi che presentano un modesto rapporto di snellezza, diventa necessario condurre analisi bidimensionali per rappresentare in modo efficace il completo campo di deformazione.

Un tentativo di descrivere la risposta non lineare di travi in conglomerato armato è stato proposto in [4,5]. Nel presente lavoro tale approccio è stato revisionato, raffinando il modello cinematico e proponendo un elemento finito trave stratificato, in cui il campo degli spostamenti lungo l'altezza della sezione è stato modellato attraverso una funzione polinomiale, il cui numero di termini da assumere viene regolato sulla base della complessità del problema in esame. Per descrivere il comportamento locale del calcestruzzo armato di ciascuno strato è stato utilizzato il modello costitutivo PARC [6], che tiene conto dei principali fenomeni che si generano dopo la fessurazione, come il tension stiffening, l'effetto spinotto, l'ingranamento degli inerti, ecc. Definita quindi la matrice di rigidità dell'elemento trave, è stato sviluppato un programma di calcolo non lineare ad elementi finiti in grado di analizzare travi, genericamente armate con barre longitudinali e staffe, comunque vincolate e sollecitate da carichi monotoni. L'analisi è in grado di fornire risultati numerici utili per la verifica degli stati limite di esercizio, sia a livello globale (come spostamenti e rotazioni), sia a livello locale (come tensioni e deformazioni nel conglomerato e nelle barre d'acciaio e ampiezze di fessura), nonché per la verifica agli stati limite ultimi, individuando le modalità ed il carico di collasso. L'affidabilità e le capacità del metodo proposto sono state verificate attraverso il confronto con comprovate risultanze sperimentali disponibili nella letteratura tecnica [7,8].

2. FORMULAZIONE DELL'ELEMENTO FINITO "TRAVE"

Il procedimento per l'analisi non lineare ad elementi finiti di travi in conglomerato armato è basato sull'introduzione di un elemento finito di trave stratificato, in cui il campo di spostamenti lungo l'altezza della sezione è stato modellato attraverso le seguenti funzioni polinomiali:

$$\begin{aligned} u(x,y) &= u_0(x) + \sum_{i=1}^N u_i(x) \cdot y^i \\ v(x,y) &= v_0(x) + \sum_{j=1}^M v_j(x) \cdot y^j \end{aligned} \quad (1)$$

in cui u e v rappresentano gli spostamenti di un generico punto della trave, mentre u_0 e v_0 sono i valori degli spostamenti della linea media, coincidente con l'asse x (Figura 1). Tale modellazione consente quindi di apprezzare la variazione di spostamento non solo lungo l'asse, ma anche lungo l'altezza della trave, in modo tanto più raffinato quanto maggiore è l'ordine di sviluppo considerato per la funzione polinomiale.

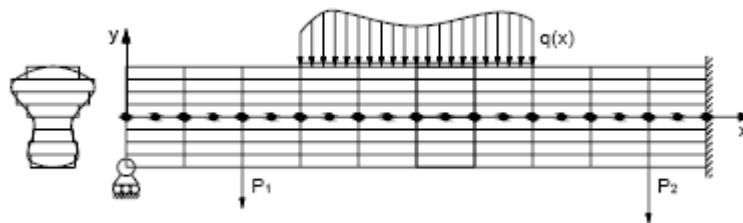


Figura 1. Discretizzazione ad elementi finiti di una trave soggetta a generiche condizioni di carico e vincolo.

Gli spostamenti generalizzati u_N e v_M , coefficienti dello sviluppo in serie, rappresentano le incognite del problema. Tali incognite, dipendenti solo dalla variabile x , vengono espresse in funzione di incognite nodali e tramite funzioni di interpolazione note, dipendenti dal tipo di elemento che si vuole utilizzare (nelle analisi di seguito riportate è stato utilizzato un elemento finito a tre nodi, Figura 1). Ponendo:

$$\{S(x,y)\}^T = \{u(x,y), v(x,y)\} \quad (2)$$

e utilizzando la modellazione del campo di spostamenti di cui alla (1) si ottiene:

$$\{S(x,y)\} = [Y(y)] \cdot \{s(x)\} \quad (3)$$

dove la matrice $[Y(y)]$ vale:

$$[Y(y)] = \begin{bmatrix} 1 & y & y^2 & \dots & y^N & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & y & y^2 & \dots & y^M \end{bmatrix} \quad (4)$$

e $\{s(x)\}$ è il campo di spostamenti lungo l'asse, definito come:

$$\{s(x)\}^T = \{u_0(x), \dots, u_N(x), v_0(x), \dots, v_M(x)\}. \quad (5)$$

Interpolando le (5) sull'elemento per mezzo delle funzioni di forma si ottiene poi:

$$\{s(x)\} = [N(x)] \{S_e\} \quad (6)$$

essendo $\{S_e\}$ il vettore delle incognite nodali e $[N(x)]$ la matrice delle funzioni di forma dell'elemento. Sostituendo la (6) nella (3) si ottiene infine:

$$\{S(x,y)\}=[Y(y)][N(x)]\{S_e\} \quad (7)$$

che rappresenta il campo degli spostamenti espressi in forma matriciale da utilizzare nella risoluzione del problema agli elementi finiti. Sotto l'ipotesi di piccoli spostamenti, la relazione deformazioni-spostamenti può essere espressa nella forma:

$$\{\varepsilon\}=[\partial]\{S(x,y)\}=[\partial][Y(y)][N(x)]\{S_e\}=[B(x,y)]\{S_e\} \quad (8)$$

in cui con $[B(x,y)] = [\partial][Y(y)][N(x)]$ si è indicata la matrice di congruenza interna.

Lo stato tensionale per lo strato i -esimo, rappresentato dal vettore $\{\sigma\}_i^T = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}$, è a sua volta legato allo stato di deformazione attraverso il legame:

$$\{\sigma\}_i = [D]_i \{\varepsilon\}_i \quad (9)$$

in cui si è indicata con $[D]_i$ la matrice di rigidezza del materiale costituente l' i -esimo strato, riferita agli assi globali (Oxy). Tale matrice, basata sull'implementazione del modello PARC [6] in un'apposita subroutine, è stata dapprima calcolata nel sistema di riferimento individuato dagli assi di ortotropia del materiale, e successivamente "trasferita" nel sistema di riferimento globale x,y . Nel caso di conglomerato armato non fessurato gli assi di ortotropia, assunti quale sistema di riferimento locale, sono individuati dagli assi principali di deformazione, assumendo una relazione biassiale tra gli sforzi e le deformazioni di tipo elastico non lineare. La matrice di rigidezza viene allora calcolata come segue:

$$[D_{1,2}] = [D_{1,2}^c] + [D_{1,2}^s] = [D_{1,2}^c] + \sum_{i=1}^n [T_{(\varphi_i)}^t] [D_{si}] [T_{(\varphi_i)}] \quad (10)$$

in cui $[D_{1,2}^c]$ è la matrice di rigidezza del conglomerato non fessurato, funzione dei moduli di elasticità E_{c1} ed E_{c2} nelle direzioni di ortotropia, determinati riconducendo lo stato tensionale biassiale ipotizzato a relazioni di sforzodeformazione uniassiale equivalente [5], mentre $[D_{si}]$ è la matrice di rigidezza dell' i -esimo strato di armatura, inclinato dell'angolo φ_i rispetto alla direzione 1 (e quindi da esprimersi nel riferimento 1,2 tramite la matrice di trasferimento $[T_{(\varphi_i)}]$).

Nel caso di conglomerato armato fessurato gli assi di ortotropia sono individuati dalla direzione assunta dalle fessure all'insorgere della fessurazione stessa, mantenuta fissa al crescere del carico applicato. La formulazione della matrice di rigidezza del conglomerato armato è anche in questo caso esprimibile mediante la relazione (10), ponendo rispettivamente:

$$[D_{1,2}^c] = \begin{bmatrix} c_t a_m & 0 & -c_v a_m \\ 0 & \bar{E}_c & 0 \\ 0 & 0 & c_a a_m \end{bmatrix} \quad (11-12)$$

$$[D_{si}] = \begin{bmatrix} \bar{E}_{si} \rho_i g_i c_i^4 + d_i^* s_i^2 c_i & \bar{E}_{si} \rho_i c_i^2 s_i^2 & \bar{E}_{si} g_i \rho_i c_i^3 s_i - d_i^* c_i^2 s_i \\ \bar{E}_{si} \rho_i s_i^2 c_i^2 & \bar{E}_{si} \rho_i s_i^4 & \bar{E}_{si} \rho_i s_i^3 c_i \\ \bar{E}_{si} g_i \rho_i c_i^3 s_i - d_i^* c_i^2 s_i & \bar{E}_{si} \rho_i s_i^3 c_i & \bar{E}_{si} g_i \rho_i s_i^2 c_i^2 + d_i^* c_i^3 \end{bmatrix}$$

Per un esauriente approfondimento del modello, così come per una maggiore esegesi degli stessi termini di (11-12), si rimanda al lavoro [6].

3. IMPLEMENTAZIONE DEL MODELLO IN UN PROGRAMMA AD ELEMENTI FINITI

La soluzione del problema agli elementi finiti viene determinata attraverso la risoluzione

del sistema di equilibrio:

$$\{F\} = [K]\{S\} \quad (13)$$

in cui con $\{F\}$ si è indicato il vettore delle forze nodali applicate, mentre $[K]$ rappresenta la matrice di rigidità secante relativa all'intera struttura, ottenuta dall'assemblaggio dei contributi dovuti ai singoli elementi.

La matrice di rigidità del singolo elemento viene espressa nella forma:

$$[K_e] = \int_{V_e} [B]^T [D] [B] dV = \int_{V_e} ([\partial][Y][N])^T [D] ([\partial][Y][N]) dV \quad (14)$$

tenendo conto della suddivisione in strati risulta:

$$[K_e] = \sum_{i=1}^{n^{\circ}\text{strati}} \int_{V_e} ([\partial][Y][N])^T [D] ([\partial][Y][N]) dV = \sum_{i=1}^{n^{\circ}\text{strati}} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \left(\int_{S_e} [B]^T [D] [B] dS_e \right) dy = \sum_{i=1}^{n^{\circ}\text{strati}} [K_{ei}] \quad (15)$$

relazione, quest'ultima, ottenuta spezzando in modo opportuno l'integrale di volume in un integrale di linea sull'altezza della trave e in uno di superficie nel piano (x,z) . Spezzando ulteriormente l'integrale di superficie in due integrali di linea lungo x e z , si ottiene la seguente espressione:

$$[K_e] = \sum_{i=1}^{n^{\circ}\text{strati}} b_i \int_{y_{i-1}}^{y_i} \left(\int_{x_1}^{x_{i+2}} [B]^T [D] [B] dx \right) dy \quad (16)$$

in cui con x_j si è indicata la coordinata del primo nodo dell'elemento considerato, mentre b_i rappresenta la larghezza della sezione della trave, in generale variabile da strato a strato (in tal modo il modello risulta applicabile a sezioni di forma qualsiasi, purché se ne vada ad approssimare il contorno con una spezzata e si attribuisca ad ogni strato una larghezza media). Riscrivendo la (16) in funzione delle coordinate intrinseche e applicando le formule di quadratura gaussiane per il calcolo approssimato degli integrali, attraverso semplici passaggi matematici, si perviene infine alla relazione:

$$[K_e] = \sum_{i=1}^{n^{\circ}\text{strati}} b_i \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J [B(\xi_k, \eta_j)]^T [D] [B(\xi_k, \eta_j)] J(\xi_k) \frac{y_i - y_{i-1}}{2} w_k w_j \quad (17)$$

in cui K rappresenta il numero di punti di Gauss lungo l'asse della trave, J quello su ogni strato e w_i i relativi pesi.

Il vettore delle forze nodali $\{F_e\}$ del singolo elemento può a sua volta essere espresso, nel caso più generale, come somma di tre contributi, dovuti alle forze di volume, alle forze di superficie e ai carichi concentrati:

$$\{F_e\} = \int_{V_e} \{f\}^T [Y(y)][N(x)] dV + \int_{S_e} \{p\}^T [Y(y)][N(x)] dS + \sum_{m=1}^M \{W\}^T [Y(y_m)][N(x_m)] \quad (18)$$

in cui $\{f\}$ e $\{p\}$ rappresentano rispettivamente il vettore delle forze di volume e di superficie agenti sull'elemento, mentre $\{W\}$ è il vettore dei carichi concentrati, applicati nei punti di coordinate (x_m, y_m) . Riscrivendo anche la (18) in funzione delle coordinate intrinseche e procedendo ancora una volta all'applicazione delle formule di quadratura gaussiane, si ottiene quindi la relazione:

$$\{F_e\} = \sum_{i=1}^{n^{\circ}\text{strati}} b_i \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J \{f\}^T [Y(\eta_j)] [N(\xi_k)] |J| \frac{y_i - y_{i-1}}{2} w_k w_j + \sum_{h=1}^H b_h \sum_{k=1}^K \{p\}^T [Y(\eta_h)] [N(\xi_k)] |J| w_k + \sum_{m=1}^M \{W\}^T [Y(\eta_m)] [N(\xi_m)] \quad (19)$$

avendo indicato con H il numero di strati caricati con carico distribuito (in genere due, ovvero intradosso ed estradosso della trave), con η_h e b_h rispettivamente la coordinata e la larghezza della sezione in corrispondenza della faccia caricata, con M il numero di nodi caricati con carico concentrato.

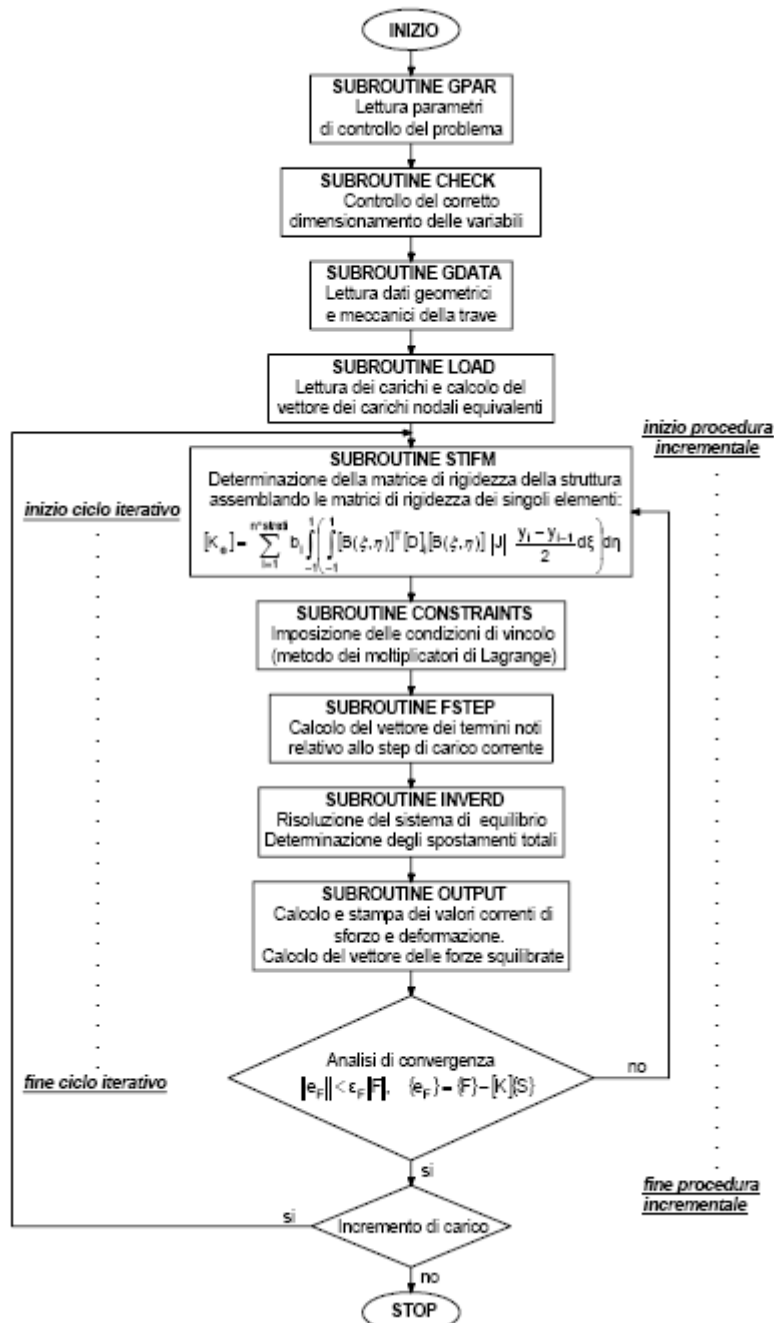


Figura 2. Diagramma di flusso del programma principale.

Una volta calcolata la matrice di rigidezza dell'intera struttura (valutata sulla base del campo di deformazione ottenuto allo step di carico precedente) e determinato il vettore dei carichi nodali equivalenti relativo allo step di carico corrente, il programma individua la

soluzione del problema non lineare seguendo la procedura di tipo incrementale-iterativo mostrata in Figura 2. Dalla risoluzione del sistema di equilibrio si ottengono gli spostamenti nodali, da cui è possibile determinare, utilizzando le relazioni (8) e (9), lo stato tenso-deformativo della trave. Viene quindi calcolato il vettore delle forze squilibrate ed eseguito il test sulla convergenza, imponendo che:

$$\|e_{FII} < \varepsilon_{FII} FII\| , \text{ con } \{e_F\} = \{F\} - [K]\{S\} \quad (20)$$

in cui si è indicato con ε_F il valore di tolleranza prefissato per il problema in esame. Ogni qual volta il test risulta soddisfatto il programma raggiunge la convergenza; in caso contrario, la matrice di rigidità viene riaggiornata sulla base del campo di deformazione corrente e il procedimento ripetuto fintanto che la convergenza viene raggiunta.

4. CONFRONTI NUMERICI

Per verificare la bontà del modello proposto sono stati eseguiti alcuni confronti con prove sperimentali particolarmente significative. Fra i diversi programmi sperimentali presenti nella letteratura tecnica se ne ricordano due ritenuti "fondamentali", sviluppati all'inizio degli anni Sessanta da Leonhardt e Walther a Stoccarda, e riguardanti rispettivamente il comportamento di travi isostatiche (1962, [7]) ed iperstatiche (1964, [8]). Tali campagne di prove risultano di particolare importanza alla luce sia della grande quantità di travi esaminate (con l'obiettivo di indagarne il comportamento a taglio), che dell'ampia serie di condizioni rappresentative, in termini di quantità di armatura (longitudinale e trasversale), rapporto luce di taglio/altezza, forma della sezione trasversale, modalità di rottura.

I confronti con le travi isostatiche (serie ET e GT, [7]) sono stati omessi per brevità, in quanto già presentati in un precedente lavoro [5], in cui si era tuttavia fatto riferimento ad un diverso modello di calcolo. Si sottolinea comunque che il programma ad elementi finiti proposto si è rivelato in grado di cogliere il comportamento deformativo delle travi esaminate con buona approssimazione, sia a livello dello stato limite di esercizio, e quindi nei confronti del quadro fessurativo, sia a rottura, fornendo nei diversi casi carichi ultimi molto prossimi al valore sperimentale. Tramite la modellazione eseguita è stato inoltre possibile seguire l'andamento di altre grandezze fondamentali (non di facile determinazione) come l'apertura di fessura; ciò ha consentito di verificare la capacità del modello di cogliere la distribuzione del quadro fessurativo lungo la trave e il suo sviluppo per incremento di carico, non solo a livello qualitativo, ma anche confrontando l'ampiezza delle fessure ottenute numericamente con quelle registrate nella sperimentazione.

Nel presente lavoro vengono invece illustrati in modo estensivo alcuni confronti relativi alla serie denominata HH (1964), che mostrano la buona capacità del metodo proposto di cogliere anche il comportamento delle travi iperstatiche, tanto a livello globale (in termini di carico ultimo), quanto a livello locale (in termini sia di sforzi nel calcestruzzo compresso e nell'acciaio, che di apertura di fessura).

4.1. Le prove di Leonhardt, Walther e Dilger (1964): La serie denominata "HH"

Nel programma di prove sperimentali [8], Leonhardt, Walther e Dilger presero in esame 5 serie di travi continue su tre appoggi (contraddistinte dalle sigle HV, HH, HS, HQ e HL), per ciascuna delle quali venne fatto variare uno solo dei parametri considerati influenzanti la resistenza a taglio, mantenendo costanti tutti gli altri. I parametri fatti variare furono la lunghezza di ancoraggio delle barre longitudinali in prossimità del punto di nullo del momento (serie HV), il rapporto tra momento e taglio agenti M/Q_h - avendo indicato con h l'altezza utile della trave - (serie HH), la quantità e il tipo di armatura longitudinale (serie HL) e a taglio (serie HS), la forma della sezione trasversale (serie HQ).

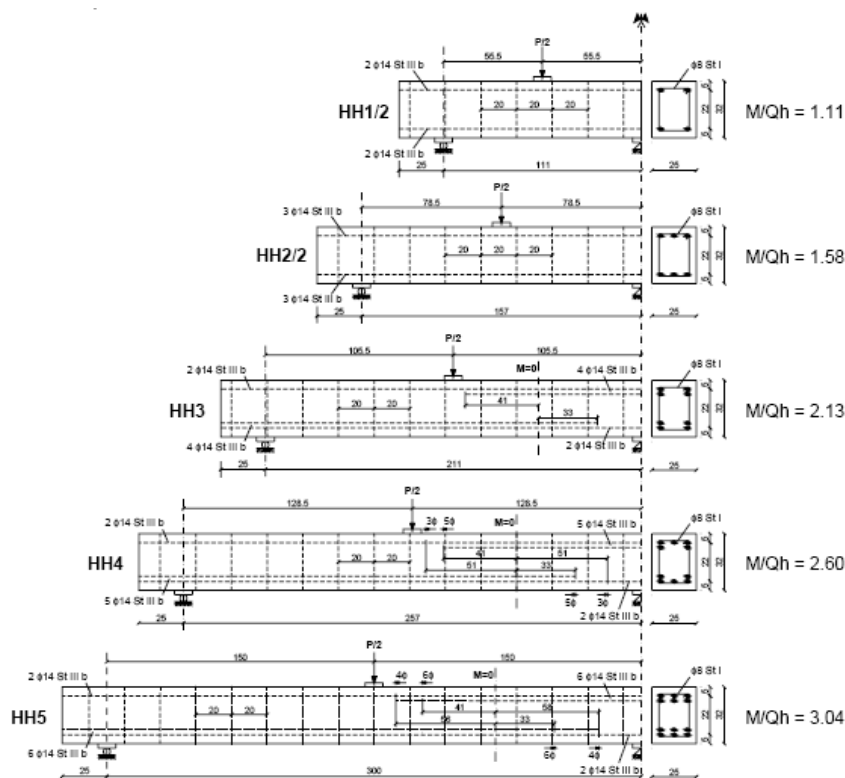


Figura 3. Caratteristiche geometriche e schemi di carico relativi alle travi esaminate [8].

Limitando l'attenzione alla serie HH, sono state testate 7 travi su tre appoggi, simmetriche, indicate con le sigle HH1/1, HH1/2, HH2/1, HH2/2, HH3, HH4, HH5, aventi tutte sezione rettangolare di base $b = 25$ cm e altezza totale $d = 32$ cm, ma caratterizzate da una diversa distanza tra il carico, applicato puntualmente a metà di ciascuna campata, e le sezioni di appoggio. Tutte le travi, armate con ferri longitudinali $\phi 14$ (per la disposizione si rimanda alla Figura 3), presentano staffe ($\phi 8$) a passo costante, ad eccezione delle travi HH1/1 e HH2/1 (non considerate nel presente lavoro) che hanno invece armatura di parete variabile, con spaziatura più fitta in corrispondenza dell'appoggio centrale. In Figura 3 sono illustrate in dettaglio le caratteristiche geometriche e gli schemi di prova delle travi esaminate nel presente lavoro, mentre le principali caratteristiche meccaniche sono riportate in Tabella 1 [8].

Calcestruzzo		
Trave	f_c (MPa)	$F_{ct,fl}$ (MPa)
HH1/2	25.2	4.28
HH2/2	25.2	4.28
HH3	27.6	4.38
HH4	23	4.18
HH5	26.8	4.68

Ferri longitudinali	
f_y (MPa)	E_s (MPa)
417	210000
Staffe	
f_y (MPa)	E_s (MPa)
371	210000

Tabella 1. Proprietà meccaniche dei materiali utilizzati nelle prove sperimentali [8] e nelle analisi numeriche. A differenza delle caratteristiche del calcestruzzo, variabili da trave a trave, le proprietà dell'acciaio sono comuni a tutti i campioni.

Le prove sperimentali risultano ben documentate: oltre alla freccia in corrispondenza del carico applicato (indicato con $P/2$ in Figura 3), sono state riportate numerose misurazioni relative all'evoluzione di alcune grandezze locali, quali la tensione nelle barre longitudinali e nelle staffe, la tensione nel calcestruzzo al lembo superiore e inferiore della trave, l'andamento del quadro fessurativo. Nel seguito verranno illustrati i confronti più significativi tra i dati sperimentali raccolti e i risultati ottenuti dall'analisi agli elementi finiti, in termini di carico applicato – freccia a un quarto della luce (Figure 4 e 5), somma delle aperture di fessura (Figure 6 e 7 a, b, c, d, e) e tensione nel calcestruzzo compresso in corrispondenza dell'appoggio intermedio (Figura 8).

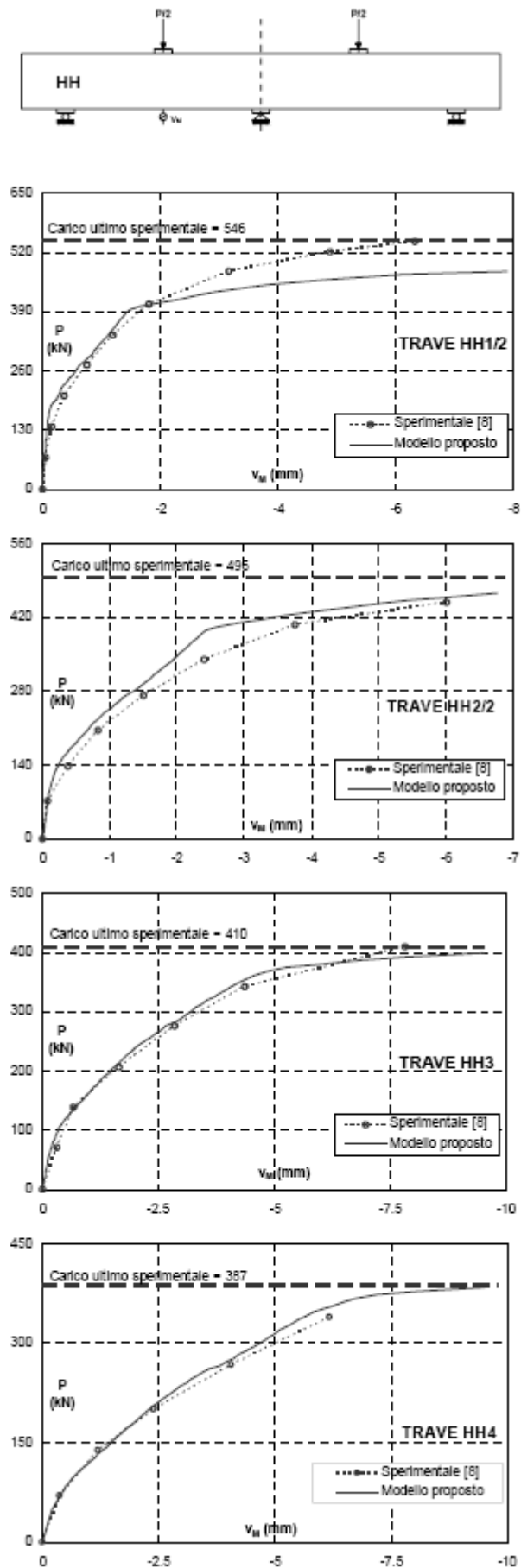


Figura 4. Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato - freccia a un quarto della luce (v_M , secondo lo schema a lato) per le travi: HH1/2, HH2/2, HH3, HH4.

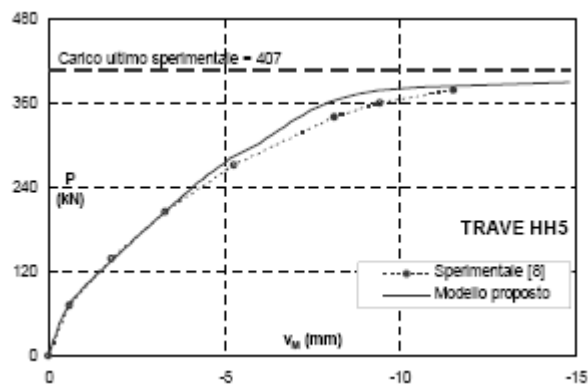


Figura 5. Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato - freccia a un quarto della luce (v_M) per la trave HH5.

Le travi sono state modellate utilizzando una funzione polinomiale del quarto ordine per descrivere il campo di spostamenti lungo l'altezza della sezione; tale scelta è stata dettata dalla necessità di trovare un giusto compromesso tra accuratezza dei risultati e tempo di calcolo.

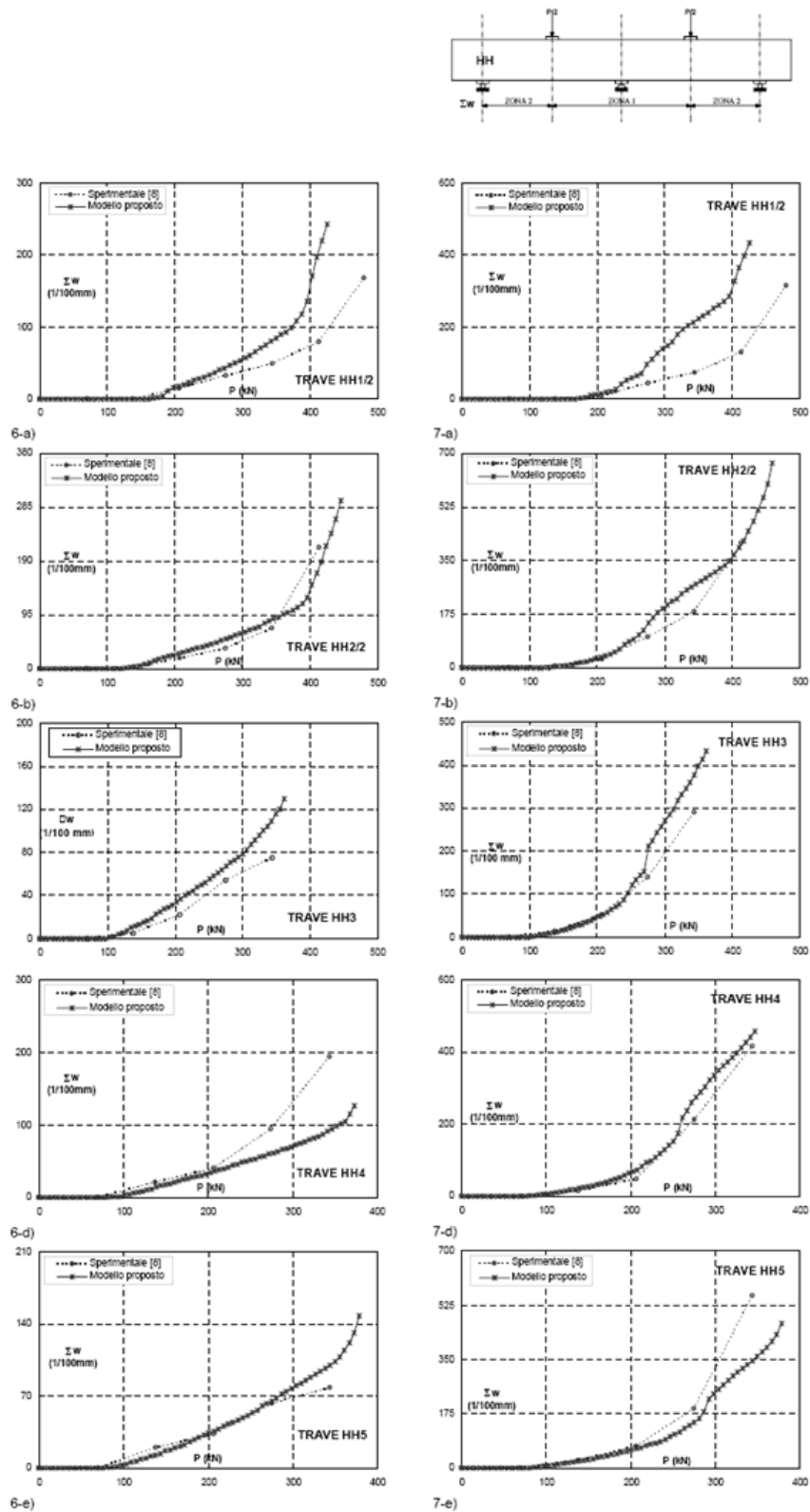


Figure 6-7. Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato – somma delle aperture di fessura per le travi della serie HH, con riferimento rispettivamente: alla zona 2 (Figure 6, ae) e alla zona 1 (Figure 7, a-e), secondo lo schema riportato nella stessa Figura.

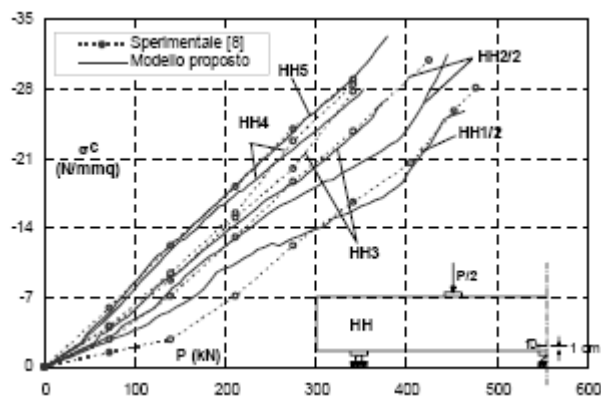


Figura 8. Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato - tensione nel calcestruzzo compresso al lembo inferiore in corrispondenza dell'appoggio centrale per le travi della serie HH.

Come si può evincere dai grafici riportati, il comportamento deformativo delle travi è stato colto con buona approssimazione, sia a livello dello stato limite di esercizio, e quindi nei confronti del quadro fessurativo, sia a rottura, fornendo nei diversi casi carichi ultimi molto prossimi al valore sperimentale. Il modello si è inoltre rivelato in grado di cogliere bene l'andamento del quadro fessurativo lungo la trave, fornendo dei valori di apertura di fessura in notevole accordo con i dati sperimentali (i confronti riportati alle Figure 6-7 sono riferiti alle misure effettuate a metà altezza della trave), sia per la zona compresa tra l'appoggio esterno e il punto di applicazione del carico, sia per la zona centrale della trave. Il programma ad elementi finiti presentato in questo lavoro è stato in grado di descrivere anche altre grandezze fondamentali per la comprensione del comportamento ed utili per le analisi avanzate in fase di progetto. E' stato infatti possibile sia tracciare l'andamento delle tensioni nel calcestruzzo al lembo inferiore e superiore della trave al variare del carico applicato (Figura 9 a, b), che determinare le deformazioni longitudinali della sezione trasversale della trave in corrispondenza dell'appoggio intermedio (Figura 10), le tensioni nelle barre longitudinali (Figura 11 a, b) e le aperture di fessura registrate a livello dell'armatura inferiore (Figura 12 a, b). Per ragioni di sintesi, nel seguito si riportano soltanto i risultati relativi alla trave HH5.

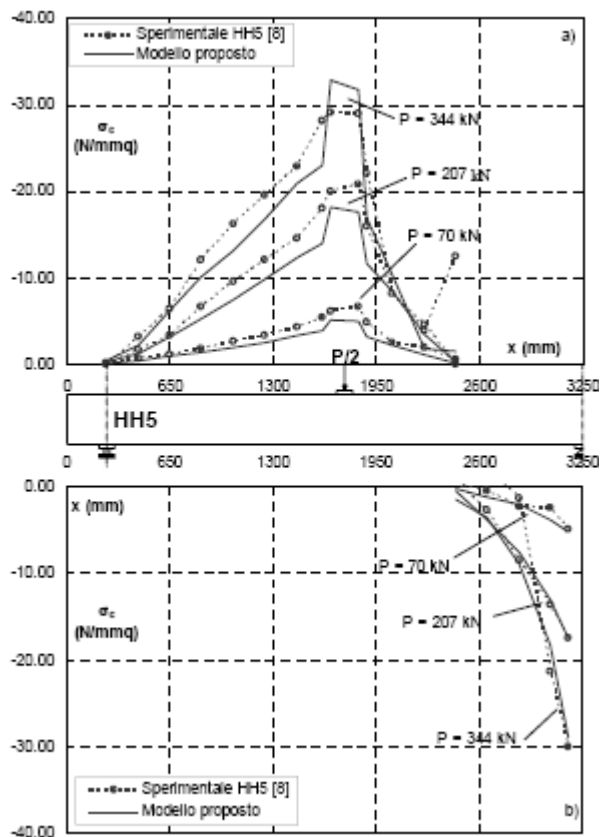


Figura 9. Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di andamento della tensione nel calcestruzzo al lembo (a) superiore e (b) inferiore della trave HH5 per livelli di carico prefissati.

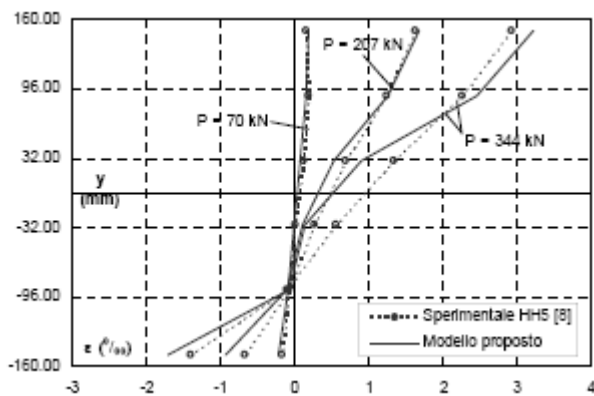


Figura 10. Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di deformazioni longitudinali del calcestruzzo in corrispondenza dell'appoggio intermedio per la trave HH5.

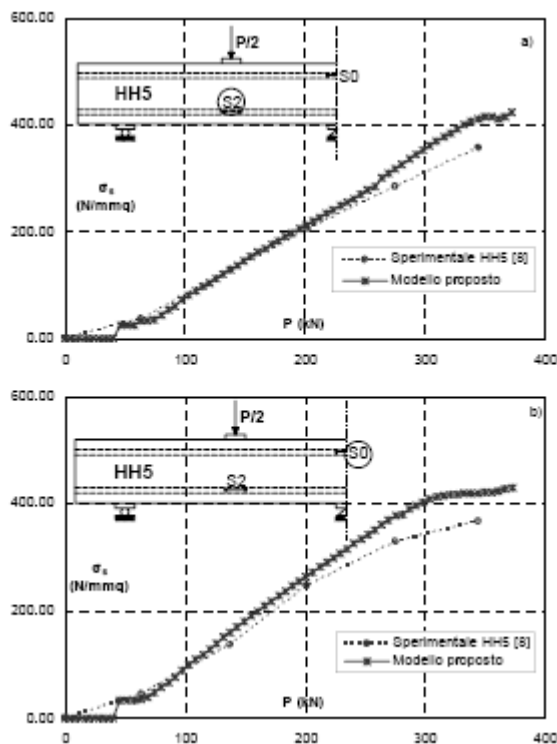


Figura 11. Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato - tensione nelle barre longitudinali per la trave HH5.

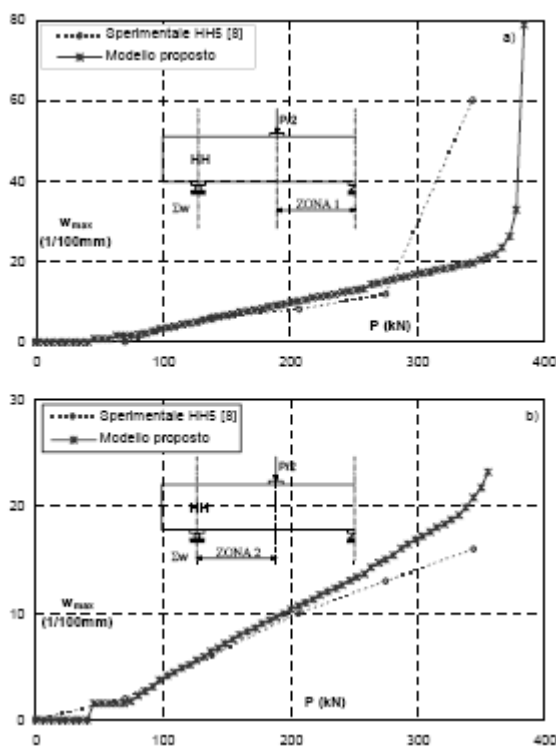


Figura 12. Confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in termini di carico applicato - massima apertura di fessura registrata alla quota dell'armatura inferiore per la trave HH5.

5. CONCLUSIONI

L'analisi delle travi in c.a. è un problema piuttosto complesso, dal momento che il comportamento di questi elementi strutturali risulta influenzato da numerosi fattori, quali le interazioni N-V e M-V, l'eventuale formazione di fessure diagonali dovute al taglio e la presenza di zone cosiddette di "discontinuità" in corrispondenza dei vincoli e dei punti di

applicazione dei carichi concentrati, in cui viene meno l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane. Numerosi lavori presenti in letteratura hanno infatti evidenziato la difficoltà di individuare metodi contemporaneamente efficienti dal punto di vista numerico e capaci di descrivere in modo efficace la risposta non lineare di tali elementi, fornendo così nuove ed interessanti potenzialità nella progettazione delle strutture.

Nel presente lavoro si è tentato di conciliare entrambe queste esigenze, attraverso la formulazione di un modello "numericamente stabile", ma anche in grado di rappresentare in modo realistico il comportamento di travi, sia isostatiche che iperstatiche (e generalizzabile in futuro anche ad intere strutture intelaiate), soggette a generiche azioni monotone. I confronti tra le risultanze numeriche ottenute e i dati relativi ad alcune prove sperimentali evidenziano infatti la capacità del modello proposto di cogliere con buona approssimazione tanto il comportamento "globale" delle strutture esaminate, quanto quello "locale", attraverso un'accurata previsione sia del quadro fessurativo, che dello stato tensionale e deformativo nei materiali. Grazie al complesso modello cinematico assunto è stato inoltre possibile analizzare con adeguata precisione anche le regioni cosiddette di discontinuità, confermando quindi l'efficacia risolutiva del metodo in esame nell'affrontare la complessa problematica in questione.

6. BIBLIOGRAFIA

[01] F. J. VECCHIO, M. P. COLLINS, "Predicting the response of reinforced concrete beams subjected to shear using modified compression field theory", ACI Structural Journal, May-June 1988.

[02] M. J. HADDADIN, S. T. HONG, A. H. MATTOCK, "Stirrup effectiveness in reinforced concrete beams with axial force", Proceedings, ASCE, V. 97, ST9 Sept. 1971.

[03] B. A. IZZUDDIN, C. G. KARAYANNIS, A. S. ELNASHAI, "Advanced nonlinear formulation for reinforced concrete beamcolumns", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 120, N° 10, October 1994.

[04] B. BELLETTI, R. CERIONI, I. IORI, "Analisi non lineare di elementi monodimensionali in conglomerato armato soggetti a flessione, taglio ed azione assiale", Atti del 13° Congresso C.T.E., Pisa, 9-10-11 Novembre 2000.

[05] B. BELLETTI, R. CERIONI, I. IORI, L. PROVENZALE, "Model for Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beams", Studies and Researches, Politecnico di Milano, Vol. 23, 2002 .

[06] B. BELLETTI, R. CERIONI, I. IORI, "A Physical Approach for Reinforced Concrete (PARC) Membrane Elements", J. Struct. Engrg., ASCE, V. 127, No. 12, 2001.

[07] F. LEONHARDT, R. WALTHER, "Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung", Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, H. 151, Ernst & Sohn, 1962.

[08] F. LEONHARDT, R. WALTHER, W. DILGER, "Schubversuche an Durchlaufträgern (Zweifeldrige Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung", Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, H. 163, Ernst & Sohn, 1964.

Contatti con gli autori:

Patrizia Bernardi: patrizia.bernardi@unipr.it

Roberto Cerioni: roberto.cerioni@unipr.it

Ivo Iori: ivo.iori@unipr.it

Elena Michellini: elena.michellini@nemo.unipr.it