

Estratto dagli atti del 16° Congresso C.T.E.  
Parma, 9-10-11 novembre 2006

## IL LOAD PATH METHOD QUALE STRUMENTO EFFICACE PER LA OTTIMIZZAZIONE STRUTTURALE DEI PONTI SOSPESI E STRALLATI

FABRIZIO PALMISANO, Politecnico di Bari, Studio Vitone & Associati, Bari  
AMEDEO VITONE, Politecnico di Bari, Studio Vitone & Associati, Bari  
CLAUDIA VITONE, Politecnico di Bari  
VITO ANTONIO MININNI, Libero Professionista, Valenzano (Bari)

### SUMMARY

*The usual brick partitions of 10 cm, according to the common design could be treated by an equivalent uniformly distributed load, equal to 1,5 times the self-weight of partitions, since they have a self-weight heavier than the limit value fixed in standard. Their exact location on the floor must be taken into account in the design. But it is reknown that it is normal to change their position during the life of the building.*

*In the code no indications are offered on the structural form of the floors and on the reacting sections in the usual single direction floors of concrete - brick reinforced with associating slab.*

*In this paper a wide range of types and locations of partitions have been taken into account, varying the static system and considering or not the lateral distribution of loads on the floor and the possibility of an equivalent uniformly distributed load instead of the partitions. This is done with the main object of showing differences in shear, moment and deformation of the structural floor.*

### 1. INTRODUZIONE

L'arte del costruire, sin dai tempi più antichi, si è avvalsa di modelli per dare corpo all'idea dell'architetto e disporre di un oggetto concreto sul quale lavorare. Solo dopo Galilei questa consuetudine è acquisita al patrimonio della Scienza ed il modello diviene anche strumento per simulare ed analizzare il comportamento strutturale (fig. 1).

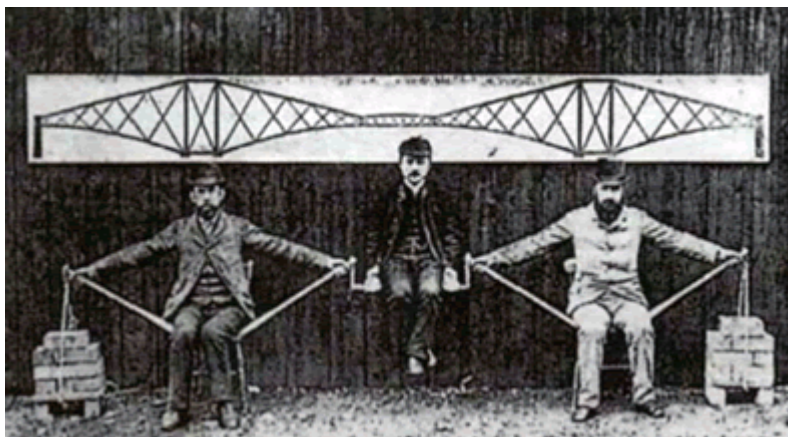


Figura 1. Il 'modello umano' del Forth Railway Bridge realizzato dal progettista Sir Benjamin Baker

Oggi un modello non deve soltanto permettere di comprendere il comportamento strutturale, ma deve essere un efficace strumento di indagine e giudizio; deve mostrare come forma, struttura ed ambiente possano integrarsi in perfetta armonia.

Nei profili geometrici dei ponti, forse più che in altre costruzioni dell'architettura, è possibile riconoscere l'espressione, quasi esclusiva, della funzionalità strutturale; più che in altre opere dell'ingegneria civile, i percorsi dei carichi nei ponti tracciano il loro profilo. Per questi motivi, il modello più efficace nella progettazione dei ponti di grande luce sembrerebbe, oggi, essere quello in grado di aprire nuove prospettive nella ricerca di un linguaggio comune all'ingegnere ed all'architetto, affinché si possano esprimere, in armonia ed in un singolo disegno, gli aspetti formali, estetici, funzionali e strutturali.

## 2. PRINCIPI DI BASE DEL LOAD PATH METHOD

Proposto [09] per tracciare quel modello del traliccio (Strut and Tie Model - STM) che si mostra sempre più utile per l'analisi delle strutture in cemento armato [01], il Load Path Method (LPM) è nel contempo uno strumento semplice ed efficace di interpretazione ed analisi del comportamento strutturale.

Rimandando per un approfondimento ad alcune delle note riportate fra i riferimenti bibliografici ([02], [03], [04], [05], [06], [07], [10]), nel presente paragrafo si propone un cenno ai principi di base del metodo del percorso del carico.

Il percorso del carico rappresenta la linea lungo la quale una forza o la componente di una forza (più precisamente la componente di una forza lungo una direzione scelta, per esempio la componente verticale di un'azione), fluisce attraverso una struttura dal punto di applicazione (la stazione di partenza: *start*, S) a quello terminale (*end*, E). In corrispondenza di ogni nodo di deviazione il carico itinerante F, deve imprimere una spinta (H) alla restante parte di struttura e ricevere una azione uguale ed opposta affinché l'equilibrio venga rispettato (Fig. 2).

Per definizione di percorso del carico, la componente (F in Fig. 2) della forza portata dal 'vettore' N, resta costante lungo il proprio itinerario all'interno della struttura; ne consegue che, per definizione di load path e per ragioni di equilibrio locale, perché entrambi i percorsi, di entrata e di uscita da un nodo, rappresentino l'itinerario esclusivo di un medesimo carico F, la spinta H impressa alla struttura, deve essere ortogonale al carico itinerante F.

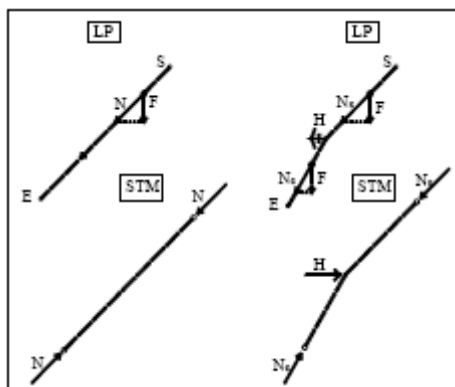


Figura 2. Load Path (LP) e Strut-and-tie model (STM)

In un sistema di riferimento 'naturale' (carichi verticali, spinte orizzontali) la struttura è attraversata da flussi discendenti di compressione (linee tratteggiate) e/o da flussi risalenti di trazione (linee continue). La iperstaticità interna si identifica con la presenza, offerta dal corpo strutturale, di diversi 'possibili' (cioè equilibrati) itinerari, che hanno tutti in comune le stazioni di partenza (S) e di arrivo (E).

Tra le infinite possibilità che hanno i carichi di utilizzare i percorsi disponibili in una struttura iperstatica, la scelta cade sulla configurazione più 'economica', che cioè richiede il minimo possibile investimento in termini di energia di deformazione e che quindi rappresenta l'unica equilibrata e congruente. Ad essa corrisponde l'*assestamento* minimo della struttura, e cioè il minimo quantitativo di energia di posizione dei carichi, da trasformare in energia di deformazione. Lungo il generico percorso poligonale il calcolo dell'energia di deformazione (D) risulta pari alla somma dei termini relativi ad ogni segmento della medesima poligonale:

$$D = (1/2) \sum N_i l_i \epsilon_i \quad (1)$$

in cui 'i' è il generico tratto,  $N_i$  è l'intensità del vettore che porta il carico in quel tratto,  $l_i$  è la lunghezza del tratto ed  $\epsilon_i$  la deformazione specifica media nel tratto 'i'.

## 3. PERCORSO DEI CARICHI NEI PONTI SOSPESI E STRALLATI

Il Load Path Method offre una interpretazione del comportamento strutturale che rende immediatamente rilevabile la correlazione fra forma (geometria) e statica (distribuzione dei carichi e delle spinte): una correlazione particolarmente stretta nel caso dei ponti sospesi e strallati.

Nel seguito si farà riferimento esclusivamente a ponti geometricamente simmetrici e simmetricamente carichi da azioni gravitazionali; nonostante questa ipotesi, che giova alla semplicità dell'analisi, il metodo ha, in effetti, validità del tutto generale, come si potrà

constatare in seguito.

### 3.1. PERCORSO DEI CARICHI NEI PONTI SOSPESI

Come negli archi in muratura [07], i ponti sospesi (Fig. 3) sono strutture la cui capacità di resistere è assicurata dalla propria forma.

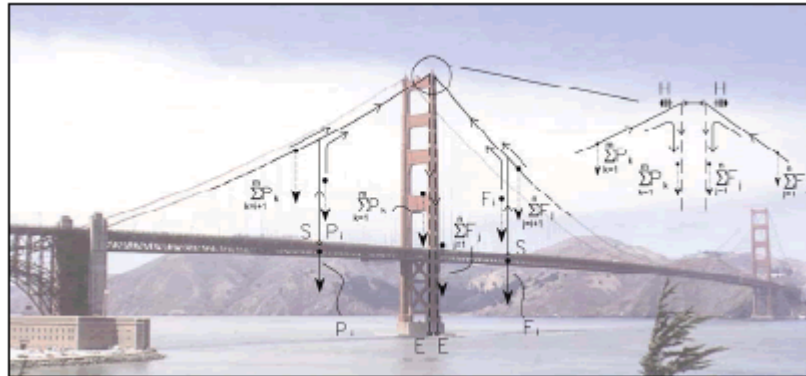


Figura 3. Percorso dei carichi in un ponte sospeso

I carichi gravitazionali 'viaggiando' all'interno dell'impalcato si portano dai propri punti di applicazione verso i sospensori verticali e, all'interno di questi, con un itinerario di trazione, raggiungono il cavo di sospensione (Fig. 3).

Il funzionamento strutturale del cavo di sospensione è assimilabile ad un arco inverso.

La correlazione fra la forma e la statica è ben messa in luce nella fig. 4: basta osservare la corrispondenza fra la geometria dell'arco, quella del percorso dei carichi (fig. 4a) e la geometria del poligono di equilibrio dei carichi (fig. 4b).

Il poligono di equilibrio mostra anche che, se i carichi verticali sono tutti diretti verso il basso, gli angoli di inclinazione  $\theta_i$  sono tutti non maggiori di  $\theta_1$ ; in termini di LPM ciò deriva dal fatto che, man mano che si passa dal pilone al centro della campata, al diminuire del carico verticale (itinerante sul medesimo percorso) deve necessariamente diminuire l'inclinazione del percorso del carico, perché resti costante la correlativa spinta  $H$  (fig. 4b). Sempre nella ipotesi che i carichi siano tutti rivolti verso il basso, in ogni nodo  $O_i$  deve necessariamente verificarsi che l'angolo di inclinazione del percorso del carico  $\Sigma F_j$  debba crescere ( $\theta_i > \theta_{i+1}$ ). Questa circostanza dipende dal fatto che in ogni nodo  $O_i$  si introduce nell'itinerario del carico  $\Sigma F_j$  un nuovo carico verticale  $F_i$ ; perché ciò accada il percorso di  $F_i$ , inizialmente verticale e verso il basso, deve deviare, imprimendo, di conseguenza, alla struttura una spinta orizzontale:

$$H_i(F_i) = F_i \cot \theta_i \quad (2)$$

L'equilibrio è assicurato, e cioè la deviazione di  $F_i$  è *possibile*, se, contemporaneamente, l'itinerario del carico  $\Sigma F_j$ , proveniente dal centro della campata e diretto verso il pilone, a sua volta subisce in  $O_i$  una deviazione  $\delta_i$ , aumentando l'angolo di inclinazione da  $\theta_{i+1}$  a  $\theta_i$  di una entità tale da imprimere una spinta uguale e contraria a quella impressa da  $F_i$  per introdursi nell'itinerario (fig. 4c):

$$H_i(\Sigma F_j) = \Sigma F_j (\cot \theta_{i+1} - \cot \theta_i) \quad (3)$$

Dal mutuo equilibrio di queste due spinte nasce la possibilità che i carichi, dai loro punti di applicazione, pervengano ai piloni utilizzando esclusivamente itinerari di trazione. La relazione (3), infine, esprime analiticamente ciò che la fig. 4 mostra graficamente, e cioè che il profilo del LP *possibile* (=equilibrato) è strettamente correlato alla intensità ed alla distribuzione dei carichi  $F_i$ .

È naturalmente possibile interpretare il percorso del carico  $\Sigma F_j$  anche come itinerario della spinta  $H$  (fig. 5). In questo caso il carico itinerante non varia (nel presupposto che gli  $F_i$  siano tutti verticali). In corrispondenza di ogni nodo la traiettoria della spinta (che si immagina partire dal pilone al centro della campata) subisce una deviazione  $\delta_i$ , passando da una inclinazione  $\theta_i$  ad un'altra (minore)  $\theta_{i+1}$ . Ciò è possibile (= l'equilibrio è assicurato) in quanto la correlativa spinta verticale  $V_i$  (rivolta verso l'alto) impressa da  $H$  per deviare in  $O_i$  è contrastata dal carico  $F_i$  avente la medesima retta d'azione, uguale intensità e verso opposto.

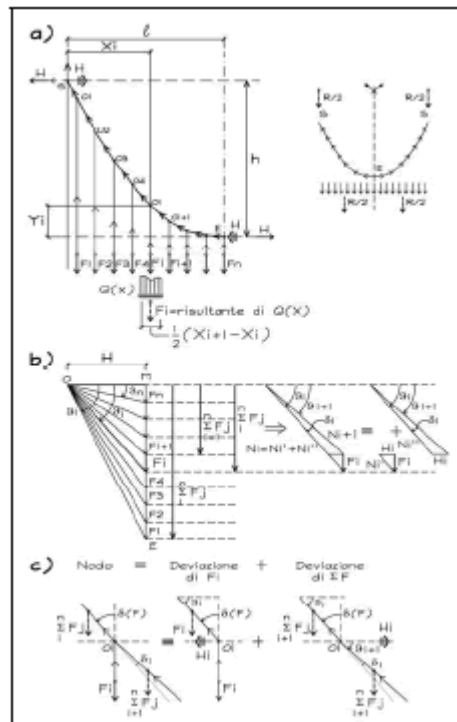


Figura 4. Il cavo di sospensione come percorso dei carichi verticali

### 3.2. PERCORSO DEI CARICHI NEI PONTI STRALLATI

Analogamente a quanto osservato per i ponti sospesi, i carichi verticali utilizzano l'impalcato per raggiungere la parte inferiore degli stralli, quindi, grazie ad itinerari di trazione, sia nei ponti ad arpa (fig. 6) sia in quelli a ventaglio (fig. 7), raggiungono i piloni per mezzo degli stralli. Al momento della introduzione negli stralli, i carichi verticali devono applicare alla struttura le spinte  $H_i$  che trovano equilibrio con le spinte applicate dagli omologhi carichi che deviano, simmetricamente rispetto al pilone, nella campata adiacente. È pertanto evidente una differenza sostanziale rispetto ai ponti sospesi: nei ponti strallati l'impalcato ha la funzione fondamentale di offrire un percorso alle spinte impresse, alla base degli stralli, in ciascuna deviazione dei carichi verticali.

Mentre nei ponti ad arpa la costanza dell'inclinazione degli stralli comporta l'eguaglianza dei moduli delle spinte  $H_i$  impresse nella deviazione di ciascun carico alla base degli stralli, e, quindi, un incremento lineare dello sforzo assiale nell'impalcato a partire dal centro della campata verso i piloni, nei ponti a ventaglio tale incremento non è lineare in quanto le spinte  $H_i$  hanno modulo non costante a causa della differente inclinazione degli stralli (figg. 6 e 7).

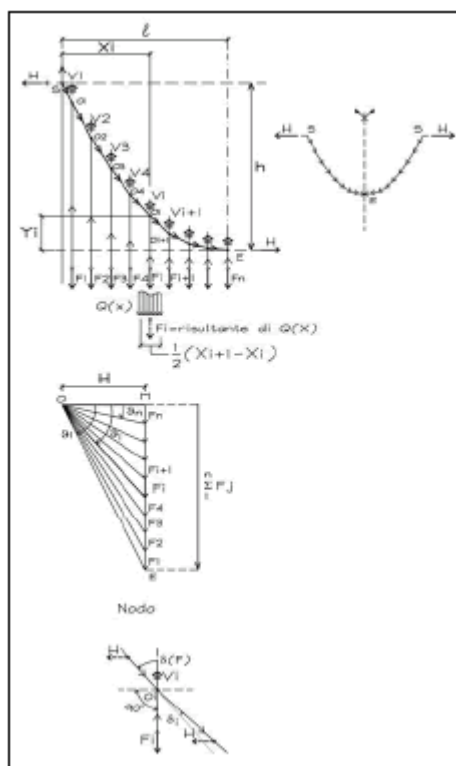


Figura 5. Cavo di sospensione come percorso della spinta

Il metodo del percorso del carico permette di comprendere graficamente un'ulteriore rilevante differenza esistente tra i ponti sospesi e strallati. In una condizione di carico verticale e simmetrica, mentre nei ponti strallati le due semi-campate sono in equilibrio in quanto le spinte impresso nelle deviazioni dei carichi trovano equilibrio mediante itinerari all'interno dell'impalcato o direttamente sulla testa del pilone (figg. 6 e 7), nei ponti sospesi l'equilibrio globale è possibile soltanto grazie alla presenza dei blocchi di ancoraggio. Questo significa anche che mentre nei ponti strallati l'equilibrio è raggiunto soltanto tramite forze attive (i carichi), nei ponti sospesi esso può essere raggiunto solo grazie alla presenza di forze passive (peso dei blocchi di ancoraggio oltre la relativa reazione del suolo).

#### 4. OTTIMIZZAZIONE STRUTTURALE DEI PONTI SOSPESI E STRALLATI MEDIANTE IL LOAD PATH METHOD

Nel seguito si mostra come, con l'impiego del Load Path Method, si possa pervenire ad un criterio di ottimizzazione strutturale dei ponti sospesi e dei ponti strallati. Per ricavare le relazioni analitiche, sia in termini di energia di deformazione [08] sia di 'volumi strutturali', si farà riferimento esclusivamente a ponti geometricamente simmetrici e simmetricamente carichi da azioni gravitazionali; nonostante questa ipotesi, che giova alla semplicità dell'analisi, il metodo ha, in effetti, validità del tutto generale. Nella presente memoria si definisce 'volume strutturale' il volume di un elemento strutturale calcolato nell'ipotesi che tale elemento sia soggetto alla massima tensione limite di competenza.

##### 4.1. ENERGIA DI DEFORMAZIONE NEI PONTI SOSPESI

Fissato un sistema cartesiano di riferimento ortogonale  $X\Omega Y$ , avente l'asse  $X$  orizzontale, l'asse  $Y$  verticale e l'origine  $\Omega$  nel centro della campata (fig. 8), sono state assunte le seguenti ipotesi:

- il ponte è geometricamente simmetrico e simmetricamente carico da azioni esclusivamente gravitazionali;
- i carichi verticali sono uniformemente distribuiti, applicati solamente sull'impalcato e integralmente sospesi;
- la parte di pilone posizionata al di sotto dell'impalcato non è considerata nell'analisi;
- è presente una distribuzione *infinita* di sospensori verticali;
- i sospensori verticali, il cavo di sospensione ed i piloni hanno sezione trasversale costante.

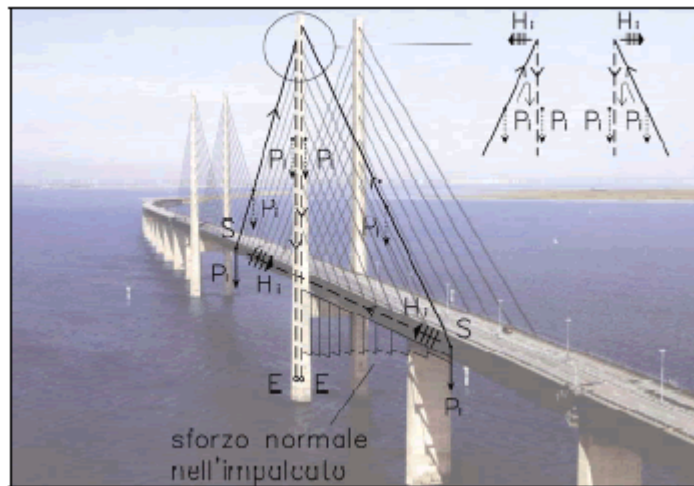


Figura 6. Percorso dei carichi in un ponte strallato ad arca

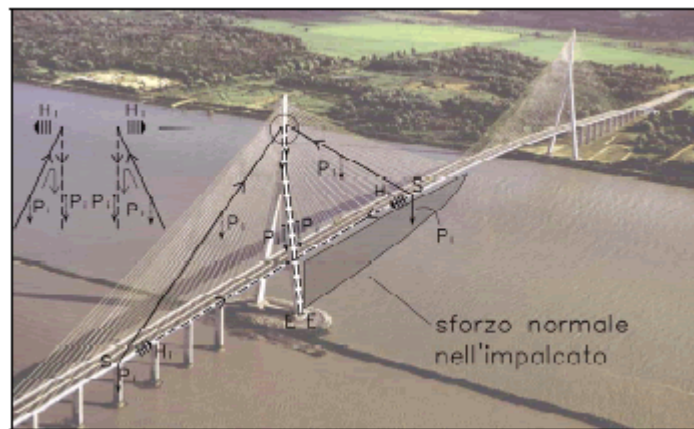


Figura 7. Percorso dei carichi in un ponte strallato a ventaglio

Inoltre, nell'analisi, sono stati considerati i seguenti parametri:

- $r=h/l$  rapporto tra l'altezza del pilone ( $h$ ), dall'impalcato alla sommità, e la semiluce ( $l$ ) dell'impalcato (fig. 8);
- $g=\epsilon_s/\epsilon_p$  rapporto tra la massima deformazione unitaria assiale di progetto dei sospensori verticali e del cavo di sospensione ( $\epsilon_s$ ) e la massima deformazione unitaria assiale di progetto del pilone ( $\epsilon_p$ );
- $D_{ref}= 1/2ql^2\epsilon_s$  è l'energia di deformazione di riferimento; essa rappresenta l'energia di deformazione di un tirante di lunghezza pari alla semiluce dell'impalcato, al quale è applicato un carico assiale pari al carico gravitazionale risultante agente sulla semiluce dell'impalcato e soggetto alla massima deformazione unitaria assiale di progetto  $\epsilon_s$  (ovvero nell'ipotesi di sfruttare al massimo le proprie capacità prestazionali). Limitando l'analisi alla campata centrale (ovvero assumendo nulla l'energia di deformazione dei blocchi di ancoraggio), l'energia di deformazione totale dei ponti sospesi ( $D_{sb}$ ) è pari alla somma dei contributi del cavo di sospensione ( $D_c$ ), dei sospensori verticali ( $D_s$ ) e del pilone ( $D_p$ ):

$$D_{sb} = D_c + D_s + D_p \quad (4)$$

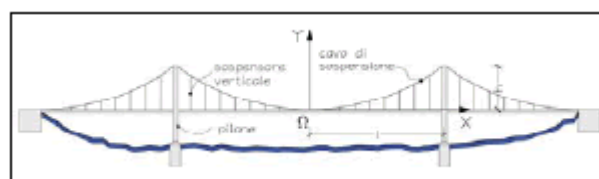


Figura 8. Caratteristiche geometriche dei ponti sospesi

L'andamento dello sforzo normale nel cavo di sospensione è

$$T(x) = \frac{qx}{\sin\left[a \tan\left(\frac{2rx}{l}\right)\right]} \quad (5)$$

La lunghezza infinitesima del cavo di sospensione è  $(\ ) \times dx \ l \ dL \times 1 \ 4r \ 2 \ 2 \ 2 = +$

$$T(x) = \frac{qx}{\sin\left[a \tan\left(\frac{2rx}{l}\right)\right]} \quad (6)$$

La deformazione unitaria assiale del cavo di sospensione è

$$\varepsilon(x) = \frac{x \sin\left[a \tan\left(\frac{2r}{l}\right)\right]}{l \sin\left[a \tan\left(\frac{2rx}{l}\right)\right]} \varepsilon_s \quad (7)$$

Sostituendo nella (1), si ricava l'energia di deformazione del cavo di sospensione

$$D_c = \int_0^l \frac{qx^2 \sin\left[a \tan\left(\frac{2r}{l}\right)\right]}{2l \sin^2\left[a \tan\left(\frac{2rx}{l}\right)\right]} \varepsilon_s \sqrt{1 + \frac{4r^2}{l^2} x^2} dx \quad (8)$$

da cui

$$\frac{D_c}{D_{ref}} = \frac{2r(5 + 28r^2 + 32r^4)}{32r^2(1 + 4r^2)} + \frac{3\sqrt{1 + 4r^2} \ln\left(2r + \sqrt{1 + 4r^2}\right)}{32r^2(1 + 4r^2)} \quad (9)$$

Lo sforzo assiale di trazione nel sospensore verticale elementare è

$$dN = qdx \quad (10)$$

La lunghezza del sospensore verticale posizionato in corrispondenza della generica ascissa  $x$  è

$$L(x) = (r/l)x^2 \quad (11)$$

Sostituendo nella (1), l'energia di deformazione associata ai sospensori verticali risulta essere

$$D_s = \int_0^l \frac{1}{2} q \frac{r}{l} x^2 \varepsilon_s dx \quad (12)$$

da cui

$$D_s/D_{ref} = r/3 \quad (13)$$

Lo sforzo normale di compressione nel pilone conseguente all'applicazione dei carichi gravitazionali esclusivamente sulla semiluce dell'impalcato risulta pari a

$$N = ql \quad (14)$$

L'altezza del pilone è

$$h = rl \quad (15)$$

Per cui, sostituendo nella (1), si ricava l'energia di deformazione del pilone pari a

$$D_p = (1/2)ql^2 r \varepsilon_p \quad (16)$$

da cui

$$D_p/D_{ref} = r/g \quad (17)$$

Infine, dalla (4) è possibile ottenere l'energia di deformazione totale investita dai carichi nei ponti sospesi normalizzata rispetto  $D_{ref}$ :

$$\frac{D_{sb}}{D_{ref}} = \frac{2r(5 + 28r^2 + 32r^4)}{32r^2(1 + 4r^2)} + \frac{3\sqrt{1 + 4r^2} \operatorname{Ln}(2r + \sqrt{1 + 4r^2})}{32r^2(1 + 4r^2)} + \frac{r}{3} + \frac{r}{\gamma} \quad (18)$$

#### 4.2. ENERGIA DI DEFORMAZIONE NEI PONTI STRALLATI

Fissato un sistema cartesiano di riferimento ortogonale XWY, avente l'asse X orizzontale, l'asse Y verticale e l'origine  $\Omega$  nel punto di intersezione tra l'impalcato ed il pilone (figg. 9 e 10), sono state assunte le seguenti ipotesi:

- il ponte è geometricamente simmetrico e simmetricamente caricato da azioni esclusivamente gravitazionali;
- i carichi verticali sono uniformemente distribuiti, applicati solamente sull'impalcato e integralmente sospesi;
- la parte di pilone posizionata al di sotto dell'impalcato non è considerata nell'analisi; • è presente una distribuzione *infinita* di stralli;
- l'impalcato ed i piloni sono realizzati con lo stesso materiale;
- gli stralli hanno sezione trasversale costante;
- i piloni hanno sezione trasversale costante nei ponti strallati a ventaglio;
- i piloni dei ponti strallati ad arpa non hanno sezione costante al fine di avere in ogni sezione trasversale la medesima deformazione assiale;
- con esclusivo riferimento alle azioni del modello in analisi, l'impalcato non ha sezione costante al fine di avere in ogni sezione trasversale la medesima deformazione.

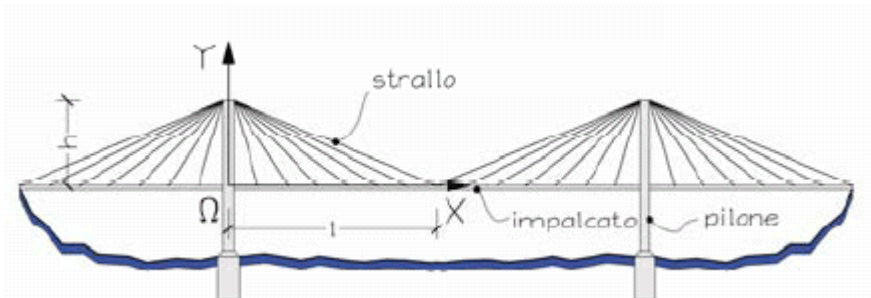


Figura 9. Caratteristiche geometriche dei ponti strallati a ventaglio

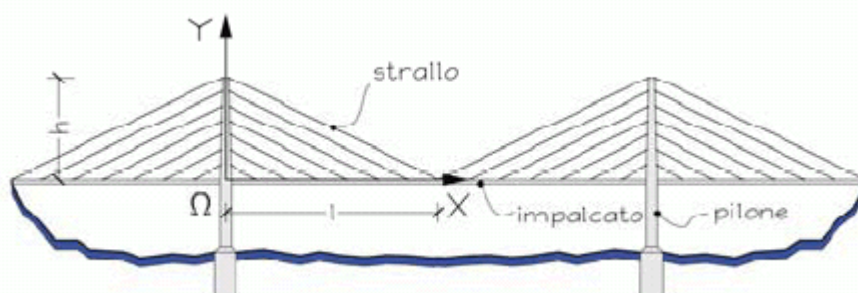


Figura 10. Caratteristiche geometriche dei ponti strallati ad arpa

Inoltre, nell'analisi, sono stati considerati i seguenti parametri:

- $r = h/l$  rapporto tra l'altezza del pilone ( $h$ ), dall'impalcato alla sommità, e la semiluce ( $l$ ) dell'impalcato (figg. 9 e 10);
  - $g = \varepsilon_s/\varepsilon_p = \varepsilon_s/\varepsilon_d$  rapporto tra la massima deformazione unitaria assiale di progetto degli stralli ( $\varepsilon_s$ ) e la massima deformazione unitaria assiale di progetto rispettivamente del pilone ( $\varepsilon_p$ ) e dell'impalcato ( $\varepsilon_d$ );
  - $D_{ref} = (1/2)ql^2\varepsilon_s$  è l'energia di deformazione di riferimento già definita nel par. 4.1.
- L'energia di deformazione totale dei ponti strallati a ventaglio ( $D_{fcb}$ ) è pari alla somma



dell'energia di deformazione investita negli stralli ( $D_s$ ), nell'impalcato ( $D_d$ ) e nel pilone ( $D_p$ )

$$D_{fcb} = D_s + D_d + D_p \quad (19)$$

Utilizzando la stessa procedura seguita per i ponti sospesi è possibile ottenere

$$D_{fcb}/D_{ref} = (1/3r) + r + (1/3rg) + r/g \quad (20)$$

L'energia di deformazione totale dei ponti strallati ad arpa ( $D_{hcb}$ ) è pari alla somma dell'energia di deformazione investita negli stralli ( $D_s$ ), nell'impalcato ( $D_d$ ) e nel pilone ( $D_p$ )

$$D_{hcb} = D_s + D_d + D_p \quad (21)$$

Analogamente si ottiene

$$D_{hcb}/D_{ref} = (1/2r) + (r/2) + (1/2rg) + (r/2g) \quad (22)$$

#### 4.3. 'VOLUMI STRUTTURALI' NEI PONTI SOSPESI

Nell'analisi sono assunte le stesse ipotesi del par. 4.1. e sono stati considerati i seguenti parametri:

- $r = h/l$  rapporto tra l'altezza del pilone ( $h$ ), dall'impalcato alla sommità, e la semiluce ( $l$ ) dell'impalcato (fig. 8);
- $k = f_{yd}/f_{d,p}$  rapporto tra la tensione di snervamento di progetto dei sospensori verticali e del cavo di sospensione ( $f_{yd}$ ) e la tensione limite di progetto del pilone ( $f_{d,p}$ );
- $V_{ref} = ql^2/f_{yd}$  è il volume di riferimento; esso rappresenta il 'volume strutturale' di un tirante di lunghezza pari alla semiluce dell'impalcato, al quale è applicato un carico assiale pari al carico gravitazionale risultante agente sulla semiluce dell'impalcato e soggetto alla tensione di snervamento di progetto ( $f_{yd}$ ).

Limitando l'analisi alla campata centrale (ovvero considerando nullo il contributo dei blocchi di ancoraggio), il 'volume strutturale' totale dei ponti sospesi ( $V_{sb}$ ) è pari alla somma del 'volume strutturale' del cavo di sospensione ( $V_c$ ), dei sospensori verticali ( $V_s$ ) e del pilone ( $V_p$ ):

$$V_{sb} = V_c + V_s + V_p \quad (23)$$

Il massimo sforzo normale nel cavo di sospensione è

$$T_{max} = \frac{ql}{\sin[\arctan(2r)]} \quad (24)$$

La lunghezza del cavo di sospensione è

$$L = \frac{l\sqrt{1+4r^2}}{2} + \frac{l}{4r} \ln\left(2r + \sqrt{1+4r^2}\right) \quad (25)$$

Quindi il 'volume strutturale' del cavo di sospensione è

$$V_c = \frac{T_{max}}{f_{yd}} L = \frac{ql^2}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{\sin[\arctan(2r)]} \cdot \left( \frac{\sqrt{1+4r^2}}{2} + \frac{\ln\left(2r + \sqrt{1+4r^2}\right)}{4r} \right) \quad (26)$$

Lo sforzo assiale di trazione nel sospensore verticale elementare è

$$dN = qdx \quad (10)$$

La lunghezza del sospensore verticale posizionato in corrispondenza della generica ascissa  $x$  è

$$L(x)=(r/l)x^2 \quad (11)$$

Ne consegue che il 'volume strutturale' dei sospensori verticali risulta pari a

$$V_s = \int_0^l \frac{q}{f_{yd}} \frac{r}{l} x^2 dx = \frac{ql^2}{f_{yd}} \frac{r}{3} \quad (27)$$

Lo sforzo normale di compressione nel pilone conseguente all'applicazione dei carichi gravitazionali esclusivamente sulla semiluce dell'impalcato risulta pari a

$$N = ql \quad (14)$$

L'altezza del pilone è

$$h = rl \quad (15)$$

Per cui il volume strutturale del pilone è

$$V_p = (ql/f_{d,p})rl = (ql^2/f_{yd})kr \quad (28)$$

Infine, dalla (23) è possibile ricavare il 'volume strutturale' totale  $V_{sb}$  dei ponti sospesi normalizzato rispetto a  $V_{ref}$ :

$$\frac{V_{sb}}{V_{ref}} = \frac{1}{\sin[\arctan(2r)]} \cdot \left( \frac{\sqrt{1+4r^2}}{2} + \frac{\ln(2r + \sqrt{1+4r^2})}{4r} \right) + \frac{r}{3} + kr \quad (29)$$

#### 4.4. 'VOLUMI STRUTTURALI' NEI PONTI STRALLATI

Nell'analisi sono assunte le stesse ipotesi del par. 4.2. e sono stati considerati i seguenti parametri:

- $r = h/l$  rapporto tra l'altezza del pilone ( $h$ ), dall'impalcato alla sommità, e la semiluce ( $l$ ) dell'impalcato (figg. 9 e 10);
- $k = (f_{yd}/f_{d,p}) = f_{yd}/f_{d,d}$  rapporto tra la tensione di snervamento di progetto degli stralli ( $f_{yd}$ ) e, rispettivamente, la tensione limite di progetto del pilone ( $f_{d,p}$ ) e dell'impalcato ( $f_{d,d}$ );
- $V_{ref} = ql^2/f_{yd}$  è il volume di riferimento già definito nel par. 4.3.

Il 'volume strutturale' totale dei ponti strallati a ventaglio ( $V_{fcb}$ ) è pari alla somma del 'volume strutturale' degli stralli ( $V_s$ ), dell'impalcato ( $V_d$ ) e del pilone ( $V_p$ ):

$$V_{fcb} = V_s + V_d + V_p \quad (30)$$

Utilizzando la stessa procedura seguita per i ponti sospesi è possibile ottenere

$$V_{fcb}/V_{ref} = (1/3r) + r + (k/3r) + kr \quad (31)$$

Il 'volume strutturale' totale dei ponti strallati ad arpa ( $V_{hcb}$ ) è pari alla somma del 'volume strutturale' degli stralli ( $V_s$ ), dell'impalcato ( $V_d$ ) e del pilone ( $V_p$ ):

$$V_{hcb} = V_s + V_d + V_p \quad (32)$$

Per cui, analogamente, si ottiene

$$V_{hcb} = (1/2r) + (r/2) + (k/r2) + (kr/2) \quad (33)$$

#### 4.5. ALCUNE CONSIDERAZIONI SUI RISULTATI OTTENUTI

Secondo il Load Path Method la soluzione progettuale ottimale per i ponti sospesi e strallati è quella cui corrisponde una forma avente la minore energia complessiva di deformazione

D. La rappresentazione grafica (figg. 11 e 12) delle relazioni (18), (20) e (22), permette di valutare immediatamente, in termini di energia di deformazione normalizzata, quale sia la 'soluzione ottimale'. Si precisa che nella presente memoria la 'soluzione ottimale' è relativa a ponti sospesi e strallati aventi fissata geometria (luce ed altezza del pilone) per i quali si voglia ottimizzare il comportamento strutturale esclusivamente in relazione a carichi gravitazionali. Trascurare altre azioni e aspetti che possono fortemente influenzare le scelte di progetto (quali, ad esempio, analisi dei costi, tecniche costruttive, vincoli di natura ambientale), porta ad assumere che la forma strutturale cui corrisponde il minimo valore dell'energia complessiva di deformazione coincida con la 'soluzione ottimale'.

Le figure 11 e 12 mostrano, rispettivamente nel caso in cui  $g=1$  e  $g=4$ , come vari l'energia di deformazione normalizzata  $D/D_{ref}$ , al variare del rapporto  $r=h/l$  (che definisce la geometria del ponte).

Nel primo caso ( $g=1$ ; fig. 11), se  $r < 0.85$  i ponti sospesi dissipano meno energia di deformazione rispetto ai ponti strallati con un minimo in corrispondenza del valore  $r \sim 0.55$ ; se  $r > 0.85$  i ponti strallati ad arpa dissipano meno energia di deformazione rispetto agli altri due tipi di ponti. Nel secondo caso ( $g=4$ ; fig. 12), se  $r < \sim 0.42$  i ponti strallati a ventaglio dissipano meno energia di deformazione rispetto alle altre due tipologie; se  $\sim 0.42 < r < 0.70$  i ponti sospesi dissipano meno energia di deformazione rispetto ai ponti strallati; se  $r > 0.70$  i ponti strallati ad arpa dissipano meno energia di deformazione rispetto agli altri due tipi.

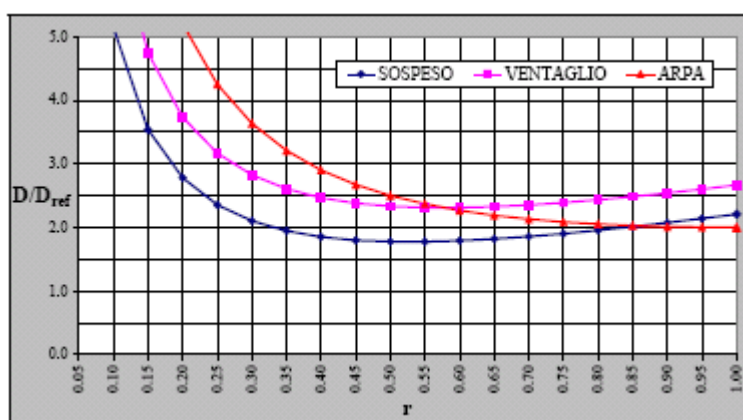


Figura 11.  $D/D_{ref}$  per  $g=1$

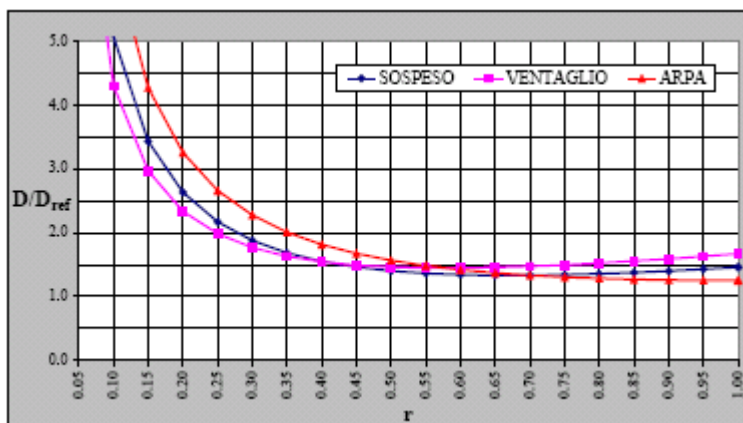


Figura 12.  $D/D_{ref}$  per  $g=4$

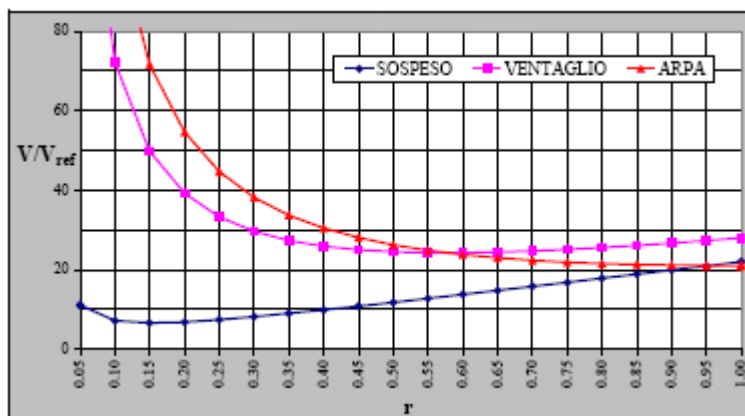


Figura 13. V/Vref per g=20

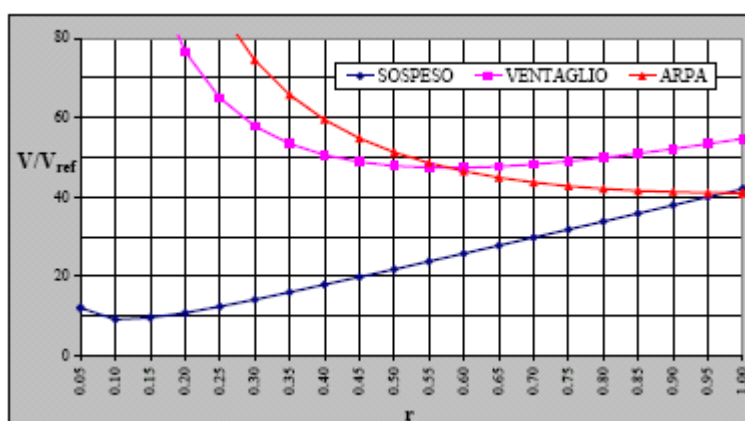


Figura 14. V/Vref per g=40

Le figure 13 e 14 mostrano i risultati dell'analisi in termini di 'volumi strutturali' e corrispondenti alle relazioni (29), (31) e (33); in particolare nel caso in cui  $k=20$  e  $k=40$ , è rappresentato come vari il valore del 'volume strutturale' normalizzato  $V/V_{ref}$  al variare del rapporto  $r=h/l$ . In questo secondo tipo di analisi, la 'soluzione ottimale' corrisponde a quella avente il minor valore del 'volume strutturale' totale  $V$ . Dal confronto dei due criteri di ottimizzazione ricavati nella presente memoria, il primo in termini di deformazioni unitarie (parametro  $g$ ) ed il secondo in termini di tensioni (parametro  $k$ ), ed in particolare osservando i diagrammi riportati nelle figure 11, 12, 13 e 14, è possibile rilevare alcune differenze nelle curve dei ponti sospesi. La causa di tale aspetto deve essere ricercata nell'ipotesi assunta di trascurare il contributo dei blocchi di ancoraggio: tale ipotesi ha ripercussioni differenti a seconda del tipo di analisi considerato. Si rendono, quindi, necessari ulteriori sviluppi teorici al fine di considerare, nelle analisi, anche l'influenza del contributo dei blocchi di ancoraggio.

## 5. CONCLUSIONI

Il metodo del percorso del carico è uno strumento efficace di indagine e giudizio in quanto sembra essere dotato della peculiare capacità di far cogliere immediatamente il comportamento fisico della struttura, dagli aspetti generali fino a quelli di dettaglio. Nel presente studio, i principi di base del LPM sono stati applicati all'ottimizzazione della forma strutturale dei ponti sospesi e strallati. Sono state, altresì, ricavate relazioni analitiche, sia in termini di energia di deformazione sia in termini di 'volumi strutturali', al fine di mostrare che il LPM riesce felicemente a soddisfare la necessità di raggiungere una soluzione numerica, non perdendo mai la percezione della 'fisica' del comportamento strutturale.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [01] CEN (EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION): "EN 1992-1- 1:2004 Eurocode 2. Design of concrete structures. General rules and rules for buildings".
- [02] G. DE TOMMASI, P. MONACO, C. VITONE: "A first approach to load path method

on the masonry structures behaviour", Structural Studies, Repairs and Maintenance of Heritage Architecture VIII, a cura di C. A. Brebbia, WITpress, Southampton, United Kingdom, pp.287- 296, 2003.

**[03] F. PALMISANO:** "L'organismo portante in c.a. ed i particolari esecutivi di un edificio residenziale", Costruire con il cemento armato, a cura di M. Mezzina, Utet, Torino, pp.507-531, 2001.

**[04] F. PALMISANO:** "Form and structure in the harmonious complexity of the building process: from conceptual design to detailing in some reinforced concrete works", Structural Concrete, Thomas Telford, London, 6(3), pp.122-130, 2005.

**[05] F. PALMISANO, A. VITONE, C. VITONE:** "Form & Structure. The Rome Auditorium: load path method (LPM)" D'Architettura, Federico Motta Editore, Milano, 18, pp.168-173, 2002.

**[06] F. PALMISANO, A. VITONE, C. VITONE:** "From load path method to classical models of structural analysis", Systembased Vision for Strategic and Creative Design (atti dell'ISEC-02 - International Structural Engineering and Construction Conference, Rome, 23-26 September 2003), a cura di F. Bontempi, A.A. Balkema Publishers, the Netherlands, 1, pp.589-596, 2003.

**[07] F. PALMISANO, A. VITONE, C. VITONE:** "Load path method in the interpretation of the masonry vaults behaviour", Structural Studies, Repairs and Maintenance of Heritage Architecture IX, ed. C.A. Brebbia & A. Torpiano, WITpress, Southampton, United Kingdom, pp.155-167,2005.

**[08] F. PALMISANO, A. VITONE, C. VITONE, V.A. MININNI:** "Shape and structure in conceptual design of bridges", atti del 2nd International fib Congress, Napoli, 05-08 giugno 2006.

**[09] J. SCHLAICH, K. SCHAFER:** "Designing and detailing using Strut-and-tie Models", Proc. of the Workshop Strut-and-Tie Models for the Design of Structural Concrete, a cura di K. Shafer, National Cheng Kung University, Tainan, 1996.

**[10] A. VITONE, V. VITONE:** "Il cantiere: progettare e costruire. Lo stadio San Nicola di Bari", Costruire con il cemento armato, a cura di M. Mezzina, Utet, Torino, : p427-503, 2001.

#### ***Contatti con gli autori:***

Fabrizio Palmisano: [f.palmisano@vitoneassociati.it](mailto:f.palmisano@vitoneassociati.it)

Amedeo Vitone: [a.vitone@vitoneassociati.it](mailto:a.vitone@vitoneassociati.it)

Claudia Vitone: [c.vitone@poliba.it](mailto:c.vitone@poliba.it)

Vito Antonio Mininni: [vitantonio.mininni@libero.it](mailto:vitantonio.mininni@libero.it)